Wiskunde A

Flextraject Lager onderwijs

---

bachelor Onderwijs: Lager Onderwijs

academiejaar 2019-2020
semester 1

Roel Janssen
Roel.janssen@ap.be

ARTESIS PLANTIJN
HOGESCHOOL ANTWERPEN

Inhoud

1 Inleiding

Het opleidingsonderdeel Wiskunde bestaat in de flextrajecten afhankelijk van je vooropleiding uit één of twee modules: Wiskunde A en Wiskunde B. Bij de uitwerking van deze twee modules werd er geopteerd om zoveel mogelijk transparantie na te streven met de eindtermen en leerplannen die in de lagere school gehanteerd worden.

Net zoals in de andere vakinhoudelijke opleidingsonderdelen worden in deze twee modules vakinhouden en didactiek geïntegreerd aangeboden. Concreet betekent dit dat in elk hoofdstuk didactische principes en ankerpunten afgewisseld worden met wiskundige oefeningen.

Deze cursus is opgebouwd met materialen uit verschillende bronnen. Naast eigen werk werd veel materiaal gebruikt uit de didactische katernen van het leerplan van OVSG en uit het rijkelijke cursusmateriaal van Joost Bambust, Marcel Dams en Annie Timmermans. Via deze weg wil ik hen dan ook uitdrukkelijk bedanken.

Veel succes!

Veel gebruikte afkortingen in de cursus:
Lln. → leerlingen
Lkr. → leerkracht
ZRM → zakrekenmachine
WW → Wiskundewijzer

Deel 1: Didactische krachtlijnen

1 Eindtermen Wiskunde

Net zoals alle andere vakken in de lagere school stelde de Vlaamse overheid voor het vak wiskunde aan reeks minimumdoelstellingen op die de leerlingen op het einde van de lagere school moeten bereiken.

Raadpleeg de eindtermen voor wiskunde via volgende link:
http://www.ond.vlaanderen.be/curriculum/basisonderwijs/lager-onderwijs/index.htm
Lees paragraaf 2 en 3 hiervan grondig door en beantwoord daarna volgende vragen.

1. **In de kerngedachten worden een aantal belangrijke aandachtspunten opgesomd die van belang zijn bij het organiseren en ontwerpen van wiskundeactiviteiten. Welke zijn dit volgens jou?**

2. **Het leergebied wiskunde valt uit elkaar in verschillende domeinen. Welke domeinen zijn dit en vat kort samen welke leerinhouden hieronder vallen?**

Deze eindtermen vormen de basis voor de leerplannen die je later in de opleiding en in je toekomstig beroep als leerkracht frequent gaat moeten raadplegen bij het ontwerpen van wiskundige en andere activiteiten. In deze cursus wordt er regelmatig verwezen naar de leerplannen van het OVSG en het GO![1], aangezien het merendeel van onze partnerscholen tot één van deze twee onderwijskoepels behoort.

[1] OVSG: Onderwijssecretariaat van de Steden en Gemeenten van de Vlaamse Gemeenschap vzw (stedelijk/gemeentelijk onderwijs). GO!: Onderwijs van de Vlaamse Gemeenschap (het vroegere gemeenschapsonderwijs).

2 Leerpsychologie: Het trapsgewijze leren

Een les wiskunde bouw je niet zomaar in 1, 2, 3 op. Naast de randvoorwaarden die de eindtermen aanhaalden, drukt ook de handelingsleerpsychologie, en met name dan het werk van de Russische psycholoog Pjotr Galperin, ook vandaag de dag nog zijn stempel op de huidige didactiek wiskunde binnen de lagere school. Galperin was een tijdsgenoot van de veel bekendere psycholoog Lev Vygotsky, die we voornamelijk kennen door zijn notie van de zone van naaste ontwikkeling[2]. Galperin deed na Vygotsky's vroegtijdige dood verder onderzoek naar deze zone van naaste ontwikkeling en besteedde hierbij aandacht aan hoe onderwijs deze zone kan beïnvloeden. Hierbij ontwikkelde hij een leertheorie die bekend staat als het trapsgewijze leren.

Deze theorie houdt in dat ons denken het resultaat is van een geleidelijke overgang van concrete uitvoerige handelingen naar abstracte mentale handelingen. "Denken is handelen", is dan ook de basisgedachte van de handelingsleerpsychologie. In het verloop van deze handelingen onderscheidde Galperin drie fasen: oriëntatie, uitvoering en controle. Deze drie fasen werkte Galperin verder uit tot een stappenplan dat in het onderwijs toegepast kan worden voor het leren van mentale handelingen. Dit stappenplan bestaat uit vijf fasen die kinderen dienen te doorlopen om een handeling inzichtelijk en bewust te kunnen verwerken. Alleen door deze opbouw te volgen kan dus een nieuwe handeling worden gevormd.

- **Stap 1: Oriëntatie op de handeling**
  Hierbij vraagt de leerling zich af wat het nut van de handeling is. In deze fase verkent hij de voorwerpen waarmee hij gaat werken en staat hij stil bij wat hij juist moet doen en welke methode/strategie hij hierbij gaat hanteren.
- **Stap 2: De materiële handeling**
  De leerling voert de handeling, bv. 4 + 2, uit met materiaal, bv. auto's, blokken, …
- **Stap 3: Verbale handeling**
  Aanvullend op de vorige fase gaat de leerling de handeling verbaal ondersteunen. Het kind hanteert hierbij het materiaal en zegt hardop wat het doet.
- **Stap 4: Perceptuele handeling**
  De leerling voert de handeling uit door enkel naar het materiaal te kijken zonder dit te manipuleren en door innerlijke verbale ondersteuning (dus zonder hardop te spreken).
  Ook schema's en tekeningen op werkbladen bieden perceptuele (visuele) ondersteuning.
- **Stap 5: mentale handeling**
  De innerlijke verbale ondersteuning vindt verkort plaats in de vorm van een mentale handeling. Het materiaal is niet meer aanwezig. Er wordt dus steeds meer 'uit het hoofd gewerkt'. Met andere woorden een oefening als 4 + 2 wordt spontaan en volledig 'uit het hoofd' opgelost.

Via het stappenplan wordt een werkwijze nagestreefd die geleidelijk aan van zeer concreet tot erg abstract verloopt. Via deze vijf stappen wordt de handeling **verinnerlijkt**. Hierop volgen de volgende stappen:

---

[2] Zone van naaste ontwikkeling: net boven het niveau van de kinderen werken. Dit begrip komt uitgebreid aan bod tijdens 'Kind in ontwikkeling'.

- **Verkorting van de handeling:** deelstappen worden niet meer afzonderlijk uitgevoerd en overgeslagen.
- **Beheersing van de handeling:** er wordt niet meer nagedacht, op basis van inzicht wordt de handeling geautomatiseerd (bv. tafels van x en :)
- **Transfer:** de handeling wordt toegepast in nieuwe situaties, bv. 2 + 4 → 12 + 4

2.1 Het CSA-model

In de onderwijspraktijk vertalen we de leerprincipes van Galperin naar een specifiek model, het CSA-model: **Concreet – Schematisch – Abstract**. Dit model vormt voor de meerderheid van de wiskundige lessen het fundament om nieuwe leerinhouden aan te brengen. We illustreren de uitwerking van dit model aan de hand van volgende oefening: 4 +3.

Concrete fase:
In de concrete fase worden oefeningen aangeboden vanuit een doordachte probleemstelling of rekenverhaal met behulp van allerhande motiverende en weloverwogen realia: auto's, kastanjes, balpennen, stenen, …

<u>Voorbeeld:</u>

> *Meester Jeffrey heeft een zakje met ballonnen bij in verschillende kleuren, want Abdel wordt 7 jaar. Meester Jeffrey blaast 4 rode ballonnen op en vraagt aan een leerling of hij al voldoende ballonnen heeft. Natuurlijk niet! Hoeveel moet meester Jeffrey er dan nog opblazen?*
> *Meester Jeffrey blaast vervolgens nog 3 groene ballonnen op en hangt de groene en rode ballonnen in een groepje aan bord. Hoeveel ballonnen heeft hij nu?*
> *De leerlingen tellen de rode en groene ballonnen samen en zeggen de som luidop: "4 + 3 = 7"*
>
> *Hierna maakt meester Jeffrey een aantal gelijkaardige oefeningen (4 + 3, 6 + 1, …), ondersteund met manipuleerbaar schematisch materiaal (magneten, blokjes, schijfjes, rekenrek, MAB-materiaal[3], …). Hij betrekt hierbij de leerlingen op een actieve manier die de oefeningen meeleggen met het materiaal op de bank. De leerlingen verwoorden bij elke handeling telkens wat ze doen ("4 en 3 is samen 7, …").*

In je concrete rekenfase zal je stelselmatig het materiaal waarmee je rekent verder abstraheren. Dit betekent dat je eerst enkele sommen met 'echte' materialen maakt (zeker in de eerste 3 leerjaren) en dit daarna inruilt voor meer schematisch-manipuleerbare materialen, zoals: blokjes, MAB-materiaal (zie materiaallijst achteraan), schijfjes, een rekenrek, … om uiteindelijk te vervangen door wiskundige schematische voorstellingen. Dit gebeurt in de volgende fase:

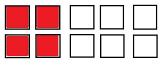
Schematische fase:
Het concrete materiaal wordt ingeruild voor wiskundige schema's en modellen, die op het bord worden getekend of aan de hand van didactisch schematisch materiaal worden opgehangen. De leerlingen handelen zelf niet meer mee en/of werken de oefeningen uit d.m.v. een schema of wiskundig model.

---

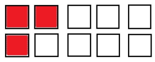
[3] MAB is de afkorting voor Multibas Arithmetic Blocks. Een materiaal dat zeer frequent wordt toegepast in de lagere graden van de lagere school.

Voorbeeld:

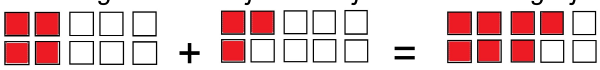
Meester Jeffrey vraagt aan de leerlingen hoeveel ballonnen er nu weer vooraan lagen: "4". Hierbij hangt hij het kwadraatbeeld van het getal 4 aan het bord.



Meester Jeffrey vraagt daarna hoeveel ballonnen er achteraan in de klas lagen: "3". Hierna hangt hij het kwadraatbeeld van 3 aan het bord.

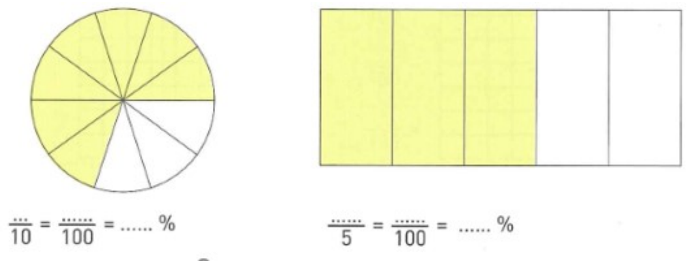


Meester Jeffrey vraagt aan de leerlingen wat ze met alle ballonnen dan gedaan hebben: "De ballonnen werden samengeteld, kwamen erbij, werden opgeteld, …". Meester Jeffrey schrijft nu het plusteken (+) tussen de kwadraatbeelden. Hij vraagt daarna hoeveel magneten er nu samen zijn: "7". Meester Jeffrey hangt het kwadraatbeeld van het getal "7" erbij en schrijft hiervoor het gelijkheidsteken (=).

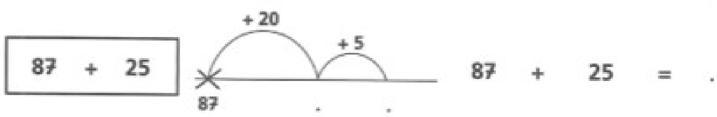


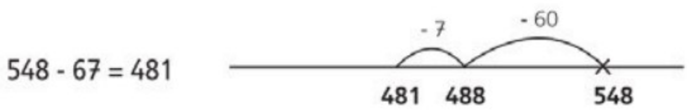
Enkele andere voorbeelden van veel gebruikte wiskundige schema's & modellen, die leerlingen ondersteuning kunnen bieden.

Taart- en rechthoekmodel (breuken)

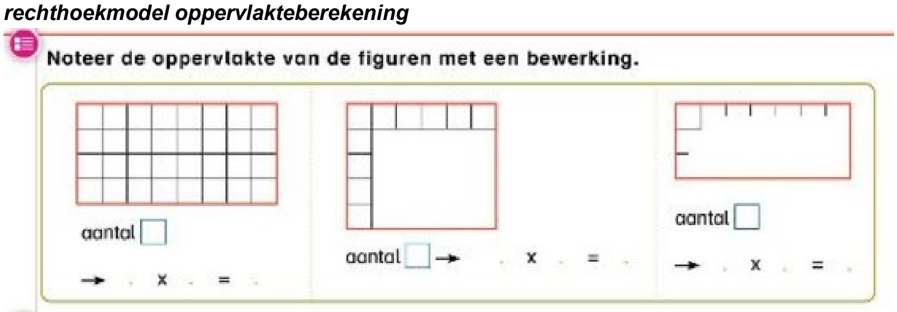


Pijlenschema/boognotatie (let op het startpunt bij de aftrekking)





rechthoekmodel oppervlakteberekening

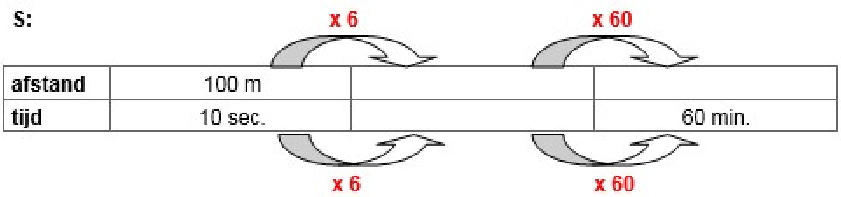


Positietabel (cijferen)

	H	T	E
	2	12 ~~2~~	14
	~~3~~	~~3~~	~~4~~
-	1	4	5
	1	8	9

Verhoudingstabel (vaak gebruikt bij schaal, snelheid, percenten, recht evenredige & omgekeerd evenredige grootheden, …)

Als de Amerikaanse sprinter Carl Lewis 100 meter in 10 seconden loopt, wat is dan zijn gemiddelde uursnelheid?



Pijlenschema (als alternatief voor de verhoudingstabel)

Hoeveel Amerikaanse dollars ontvang je voor €350 als je weet dat de wisselkoers EUR/USD: 1,0861 bedraagt.

€ 1 → *$ 1,0861*

↓ x 350 ↓ x 350

€ 350 → *$ ….*

Abstracte fase:
In deze laatste fase wordt geen enkele vorm van materiaal of schematische notatie meer ingeschakeld.

<u>Voorbeeld:</u>

Meester Jeffrey schrijft een rijtje met kale sommen op het bord en zet de timer op 3 minuten. De leerlingen lossen het rijtje zonder materialen en schema's op.

4 + 3 =	*7 + 2 =*	*4 + 4 =*	*2 + 4 =*
5 + 2 =	*3 + 1 =*	*2 + 5 =*	*3 + 3 =*

(Een mogelijke variant hierop is het werken met flitskaarten, een voorbeeld hiervan vind je in bijlage).

! Moeilijke rekenaars mogen hun rekenmateriaal (hier blokjes of een rekenrek) wel gebruiken.

Een eerste bemerking die je hier misschien spontaan maakt, is dat het bovenstaande verloop slechts een bepaalde lesfase omschrijft. Het CSA-model is dan ook een werkwijze die slechts een onderdeel is van een groter geheel. Hoe je dit groter geheel, met name een les wiskunde, dan wel opbouwt bekijken we in volgende paragraaf.

3 Opbouw van een les wiskunde

Hieronder illustreren we hoe je een effectieve les wiskunde kunt opbouwen. Hoewel we met onderstaande structuur een referentiekader willen bieden, is het helemaal niet de intentie om je een universeel model voor te schotelen. In de praktijk zal je immers met lessen en leerinhouden geconfronteerd worden die een compleet andere opbouw vragen, zoals herhalingslessen, lessen i.v.m. automatiseren (bv. tafels) en bij lessen die probleemoplossende vaardigheden vereisen (bv. de lln. vragen zich af hoeveel werkschriften ze nodig zouden hebben om de speelplaats volledig te kunnen bedekken). Bij dit laatste weet je vaak vooraf niet als leerkracht waar je gaat uitkomen, welke vragen er gesteld worden en welke deelproblemen de kop opsteken. Bij dergelijke lessen primeert het proces boven het product. De lesopbouw van een les omtrent automatiseren komt later aan bod.

Het onderstaande kader kan je dan wel toepassen bij de meerderheid van de lessen waarin een nieuwe leerinhoud aangereikt wordt. Bij deze structuur weet je grotendeels ook welke problemen je kunt verwachten en hoe je deze kan verduidelijken.

Een les wiskunde kun je grofweg indelen in 3 hoofdfasen[4]:

1. **Oriëntatiefase**
2. **Handeling/uitvoeringsfase**
3. **Evaluatie/controlefase**

We bekijken de concrete invulling van deze fasen en mogelijke deelfasen hierin nu verder. Bij elke deelfase werden nog eens mogelijke aandachtspunten geformuleerd.

3.1 Oriëntatie

a. Terugblik/opfrissing

- Voorgaand werk bespreken (bv. huistaak).
- Relevante voorkennis ophalen en samenvatten.
- Voorkennis indien nodig terug kort toelichten.

b. Probleemstelling:

- Het probleem voorstellen, eventueel vermomd als een gewone oefening. De probleemstelling is functioneel, motiverend en afgestemd op de zone van naaste ontwikkeling.
- Het probleem wordt besproken, individueel/in groep/klassikaal opgelost en de werkwijze wordt besproken.
- Een probleemstelling die aanleiding geeft tot een nieuw begrip/algoritme, noemen we een **sleutelprobleem**. Dit is de kapstok waaraan we de nieuwe leerstof gaan

[4] Drie lesfasen is het minimumaantal fasen binnen een les. In de praktijk zal de meerderheid van je lessen zelfs uit meer fasen bestaan.

ophangen. Aan een goed sleutelprobleem kan je meteen een model of schema koppelen (bv. taartmodel breuken, verhoudingstabel, …).

- Een probleemstelling waarin een reeds gekend begrip of algoritme herhaald wordt, maar dan binnen een nieuwe context of op een hoger niveau, noemen we een **niveauprobleem**.
  Bv.: *In eerste les liet de leerkracht een pizza verdelen onder 4 kinderen. Dit probleem introduceerde het taartmodel om de bewerking te visualiseren/schematiseren (= sleutelprobleem). De leerlingen namen zo verschillende stambreuken van een geheel: 1/4, 1/6, 1/8, …*
  In een latere les frist de leerkracht het deel van een geheel nemen d.m.v. het taartmodel terug op. Daarna vraagt zij aan de leerlingen om 3/4, 2/8, 3/6 van de taarten te nemen (= niveauprobleem), want nu wijkt de teller af van 1.

c. Doel van de les:

- Het onderwerp van de les presenteren, via een aandachtstrekker: voorwerp, video, afbeelding, …
- De les aan voorgaande en komende lessen relateren: helpt de leerlingen om de les in een groter geheel te kaderen.
- Aangeven waarom de lesstof belangrijk is en aan betekenisvolle situaties relateren: waarom is deze kennis/vaardigheid relevant in het dagelijkse leven?
- Lesdoelen of lesoverzicht geven: leerlingen weten wat ze mogen verwachten, dit schept een verwachtingspatroon en verhoogt de betrokkenheid.

3.2 Handeling/uitvoeringsfase

In deze fase wordt naast de uitvoering van de opdrachten ook specifieke en veel aandacht besteed aan de handelingen die de leerlingen maken tijdens het uitvoeren van de opdracht. Deze zal sterk afhangen van het reeds bereikte niveau. Mogelijk zullen bepaalde handelingen spontaan overvloeien in elkaar. Toch zal je in de lagere graden vaak alle niveaus moeten doorlopen. In de derde graad zal de materiële en verbale handeling frequenter ontbreken.

- **materiële handeling**
- **verbale handeling**
- **perceptuele handeling**
- **mentale handeling**

Deze handelingen zal je afhankelijk van het niveau stapsgewijs laten toepassen in volgende fasen:

a. Uitleg: doceren/onderwijsleergesprek

- Lesstof verdelen in kleine stappen met opdrachten: bv. na elke stap een fase van begeleide inoefening inlassen.
- Gebruik heldere taal en blijf bij de inhoud van de les.
- Concrete voorbeelden geven: illustraties, demonstraties, schema's, …
- Materialen toepassen: (MAB, getallenlijn, …).
- Vaardigheden voordoen en stappenplan verwoorden (bv. probleem ontleden – stappenplan maken – uitvoeren – terugkijken)
- Stapsgewijs de moeilijkheidsgraad vergroten.
- Vragen van leerlingen niet zelf beantwoorden, maar terugspelen naar de groep.

- Nagaan of leerlingen leerstof begrijpen (zowel aandacht besteden aan het antwoord als de gevolgde weg).
- Op het einde een samenvatting geven van de hoofdzaken (eventueel door de leerlingen zelf).
- Noteer de rekenregel(s) of formule die leerlingen in latere fasen moeten toepassen duidelijk op bord.
- …

b. Begeleide inoefening

In een begeleide oefening onderneem en doorloop je samen met de leerlingen een aantal (type)-opdrachten, die je vaak aan het bord zult begeleiden.

- Korte en duidelijke opdrachten geven.
- Veel vragen stellen.
- Zorg dat alle leerlingen betrokken blijven.
- Blijven oefenen tot leerlingen leerstof onder de knie hebben OF groep opsplitsen en een deel van de leerlingen al aan de zelfstandige verwerking laten starten.
- Leerlingen stimuleren om op zoek te gaan naar oplossingen.
- Geef veel aanmoedigingen.
- Maak gebruik van ondersteunend materiaal.
- De moeilijkheidsgraad geleidelijk opdrijven.
- De ondersteuning geleidelijk afbouwen.
- …

c. Zelfstandige verwerking

- Overloop vooraf alle oefeningen die de leerlingen moeten maken (eventueel maak je van elke opdracht op het werkblad één oef. samen met de lln. in je begeleide inoefenfase).
- Zorg dat de inhoud gelijk is aan die van de voorgaande lesfase.
- Spreek een duidelijk tijdpad af.
- Laat de leerlingen elkaar helpen of in kleine groepjes werken.
- Zorg dat in de opdrachten de toepassingsmogelijkheden van het geleerde vergroot worden.
- Laat de leerlingen in kleine groepjes werken.
- Geef verrijkingsstof aan sterke rekenaars en extra instructie aan leerlingen die moeilijkheden ervaren**.** In de realiteit zullen fase b en c door elkaar lopen.
- …

In de praktijk zullen niet alle leerlingen bovenstaande deelstappen doorlopen. Dit zal enkel bij de gemiddelde leerlingen zo zijn. Sterke rekenaars kan je na de uitleg gewoon laten starten (of zelfs zonder uitleg) met de zelfstandige verwerking (bv. in werkboek) en laten corrigeren m.b.v. correctiesleutels. Andere leerlingen zullen helemaal niet toekomen tot de zelfstandige verwerking, doordat je met hen bv. in een kleiner groepje de begeleide inoefening & uitleg verderzet d.m.v. een verlengde instructie.
Daarnaast is het ook mogelijk dat je door de complexiteit van de leerinhoud helemaal niet toekomt tot een zelfstandige verwerking.

In de realiteit zal je vanwege de diversiteit in je klas tijdens deze fase wellicht vaak met niveaugroepen werken: bv. één groep werkt volledig zelfstandig, een tweede groep ook maar dan met sporadische opvolging van jou of met behulp van ondersteunend materiaal en aan een derde groep zal je een **verlengde instructie** geven waar je de uitleg omtrent de leerinhoud nog eens geeft (zie deelfase a) en vervolgens samen met hen de essentiële oefeningen oplost (zie deelfase b).

3.3 Evaluatie/controlefase

a. Evaluatie & controle

- Het resultaat en het verloop ervan bespreken: wat ging goed, wat ging niet goed?
- Samen de lesdoelen overlopen en bespreken of ze gerealiseerd zijn.
- De leerlingen per twee of in groep het leerproces laten evalueren.
- Een aantal oefeningen uit het werkschrift (die tijdens de zelfstandige verwerking moeilijk verliepen) klassikaal op het bord bespreken.
- Deze fase kan ook gelijklopen met een zelfstandige verwerking, wanneer je de kennis van de leerlingen omtrent de inhoud wilt peilen, maar dan nog is het zinvol om achteraf een korte bespreking of evaluatie in te lassen.
- In een controlefase kan je ook aandacht besteden aan automatiseren. Binnen een beperkte tijd dienen de leerlingen een reeks herhalingsoefeningen op te lossen (= temporekenen) of er worden flitskaarten (voorbeeld zie bijlage) getoond, die de leerlingen klassikaal/individueel verbaal of op papier zo snel mogelijk dienen op te lossen.

b. Terug- en vooruitblik

- De les in de context van de lessenreeks plaatsen. Bv.: *“Vandaag leerden we dat we van een parallellogram gemakkelijk een rechthoek kunnen maken om de oppervlakte te berekenen. Deze formule leerden we vorige week. Overmorgen gaan we onderzoeken hoe we de oppervlakte van de ruit kunnen berekenen. Iemand een idee?”*
- Aangeven waar de volgende les over gaat.
- Welke nieuwe moeilijkheden, problemen en veralgemeningen dienen zich aan met het oog op een volgende les/leerinhoud? Deze inhoud al even introduceren. Bv. *Leerlingen leerden de oppervlakte van een rechthoek berekenen, hoe zit dat bij een parallellogram.* (Dergelijke vooruitblikken zijn wel enkel zinvol wanneer de huidige les vlot verliep).

3.4 Feedback

Dit is uiteraard geen aparte fase, maar het geven van feedback loopt door alle fasen heen.

- In alle fasen geef je vaak en frequent feedback aan de leerlingen over hun werk en gedrag.
- Je corrigeert fouten onmiddellijk, bv. wanneer je rondwandelt en een fout opmerkt. Duid deze dan meteen aan (= directe feedback)
- Geef veel aanmoedigingen.
- Ga tijdens een zelfstandige verwerking steeds op ronde en verbeter meteen enkele oefeningen van de leerlingen om na te gaan of ze voldoende weg zijn met de inhoud. Je hoeft niet bij elke leerling meteen alle oefeningen te verbeteren tijdens je ronde, want daar heb je geen tijd voor en doe je best achteraf ‘deels’ in je evaluatiefase of na de les wanneer je de werkbladen ophaalt en verbetert.
- Maak gebruik van controlelijsten en correctiesleutels, die snelle rekenaars zelfstandig kunnen gebruiken om hun werkblad achteraf te verbeteren.
- Geef ook feedback over het proces: de weg naar de oplossing toe. Laat

meerdere tussenstappen aan bod komen en bespreek deze met de leerlingen: *“Welke werkwijze is het meest efficiënt?”*

De hierboven beschreven fasen zullen vaak door elkaar lopen of vlekkeloos in elkaar overvloeien. Zo kan in de oriëntatiefase de probleemstelling, het doel van de les en de uitleg één logisch geheel zijn, waarin je de afzonderlijke fasen maar moeilijk kunt onderscheiden. Of sluit de begeleide inoefening naadloos aan op de probleemstelling. Niet alle deelfasen zullen in elke les aanwezig zijn, en dat hoeft vaak ook niet.

4 De lesvoorbereiding Wiskunde

Hoe vertaal je dit nu alles naar je lesvoorbereiding wiskunde? We vatten dit globaal samen m.b.v. het fasenblok vooraan op de lesvoorbereiding.

Fasen	**Nr. doel**	**Timing** (bv.)
Fase 1: Terugblik: relevante leerinhoud herhalen *(bv. via een 5-tal oef. die individueel gemaakt worden).*		*3 min.*
Fase 2: Probleemstelling: een nieuwe leerinhoud wordt aangereikt m.b.v. een vraagstuk & klassikaal / individueel / per 2 opgelost OF je presenteert kort wat de leerlingen gaan leren vandaag (= doel presenteren).	**ORIËNTATIEFASE**	*5 min.*
Fase 3: Onderwijsleergesprek/uitleg: het rekenbegrip of de strategie die vereist was in fase 2 wordt klassikaal uitgelegd evt. met een aantal oefeningen.	**UITVOERINGSFASE**	*10 min.*
Fase 4: Begeleide inoefening: een aantal oef. worden klassikaal gemaakt		*3 min.*
Fase 5: Zelfstandige inoefening: de lln. gaan individueel aan de slag met gelijkaardige oef. op het werkblad / in werkboek		*25 min.*
Fase 6: Evaluatie: Leergesprek & correctie van een aantal oefeningen (niet allemaal), lesverloop bespreken, terugblik of vooruitblik, verhoging van niveau d.m.v. nieuwe moeilijkheid/probleem		*4 min.*

Ter info: tracht in je feitelijke lesvoorbereidingen je lesfasen concreter te beschrijven dan oriëntatie, handeling & evaluatie. Dit is de onderliggende structuur van je les, maar deze zegt eigenlijk weinig over de inhoud van de lesfasen. Omschrijf je lesfasen dan wat concreter, bv. door de gebruikte werkvorm en een korte inhoud als fasenaam te hanteren.

Ter inspiratie vind je verderop een volledige lesvoorbereiding waarin dit model verwerkt is. In deze lesvoorbereiding ontbreken nog wel les- en leerplandoelen. We zoeken deze samen op tijdens één van de contactmomenten.

We haalden al aan dat bovenstaand model toepasbaar is bij de meerderheid van de lessen wiskunde, met uitzondering van lessen i.v.m. complexe problemen/strategieën.

> Bv.: *De leerlingen van de derde graad vragen zich af hoeveel blikjes cola er nodig zijn om het stedelijk zwembad te vullen. Je gaat dit samen met hen onderzoeken. Hoe begin je daaraan?*

Bovenstaand probleem vraagt een heel andere lesopbouw (dit behandelen we in de module Wiskunde B).

4.1 Opbouw van herhalingslessen en automatiseringslessen.

Herhalingslessen kunnen vaak uitgewerkt worden zoals de structuur van hierboven, op voorwaarde dat er niet al te veel verschillende inhouden aan bod komen in de les.
Een aandachtspunt hierbij is dat je de oriëntatiefase, je uitleg in de uitvoeringsfase en de begeleide inoefening tot de essentie reduceert en dus zeer snel overschakelt naar de zelfstandige verwerking. Toch zijn er uitzonderingen.

Wanneer je in één les veel verschillende inhouden dient te herhalen, vraagt dit toch wat een andere aanpak.

> *Bv.: je mentor vraagt aan jou om zowel het omzetten van analoge tijd naar digitale tijd, het aflezen van temperatuur en negatieve getallen, als het cijferend optellen tot 1000 te behandelen.*

Belangrijk bij dergelijke lessen is dan dat je heel goed nagaat wat de beginsituatie van de klas is omtrent deze inhouden en vervolgens je werkvormen en lesstructuur hierop afstemt. *Bv.: analoge & digitale tijd gaat bij 3/4 van de klas vlot, cijferend optellen bij 2/4, maar het aflezen van temperatuur is relatief nieuw en kwam nog maar één keer aan bod.*

In bovenstaande situatie kan je dan starten met een probleemstelling rond temperatuur & een kort onderwijsleergesprek hieromtrent, de twee andere leerinhouden bespreek je dan kort bij het aanbieden/uitleggen van de oefeningen in de zelfstandige verwerking, waarbij je telkens +-3 oefeningen klassikaal maakt en bespreekt ter demonstratie. Dergelijke aanpak bied je de mogelijkheid om de minst vertrouwde leerinhoud centraal te stellen, om vervolgens snel over te kunnen gaan naar de verwerkingsfase, waarbij je alle leerlingen op hun niveau laat werken.

Lessen i.v.m. **automatiseren** houden in dat reeds gekende rekenvaardigheden verder ingeoefend worden, zodat de leerlingen deze zonder lang nadenken en vrijwel spontaan kunnen toepassen (bv. brugalgoritme, tafels van x, cijferen, …). Ook dit vraagt een wat andere opbouw. In dergelijke lessen kan je je les eventueel indelen in verschillende oefeningenreeksen, waar je telkens een miniles doorloopt. Je kan dit klassikaal doorlopen, maar ook de leerlingen hier individueel laten doorvorderen, bv. wanneer een oefeningenreeks af is corrigeert de leerlingen dit met de correctiesleutel, toont zijn resultaat aan jou, waarna je de instructie voor de volgende reeks kan geven. In de realiteit zal vanwege de diversiteit in je klas een groep onderstaand model klassikaal doorlopen, en een andere groep individueel.

F1	Oefeningenreeks 1	**Oriëntatie:** - Terugblik: verwijzen naar vorige les, samen hernemen & operationaliseren OF - Probleemstelling die een gekende leerinhoud aanbiedt. **Handeling/uitvoering:** lln. maken oefeningen individueel en/of begeleid door jou (eventueel in niveaugroepen). **Evaluatie:** verbeteren van oefeningen (eventueel m.b.v. correctiesleutel)
F2	Oefeningenreeks 2	Idem, maar dan voor een andere reeks oefeningen.
F3	Oefeningenreeks 3	Idem
F4	Oefeningenreeks 4	Idem
F4	…	

Bij dit type lessen moet je wel extra bewaken dat je geen les creëert waarin de leerlingen zomaar gaan oefenen. Didactische principes zoals motivatie, aanschouwelijkheid, activiteit, integratie, herhaling, … zijn ook hier belangrijk.

4.2 Aandachtspunten

- **Realistisch rekenen:** om iets aan te brengen, vertrek je vanuit de leefwereld van de kinderen en in latere leerjaren vanuit realistische situaties[5]. Maak duidelijk dat je met wiskunde effectief iets kunt doen in de realiteit! Hierdoor stijgt de motivatie. Tracht ook de reële (school/klas)omgeving zoveel mogelijk in je lessen te betrekken.

  Bv.: introduceer negatieve getallen in de winter, zodat lln. dit van een thermometer buiten kunnen aflezen en vergelijken met de thermometer in de klas.

  start

  Herhaling stambreuken (continu materiaal)
  De dieren in het dierenbos maken ruzie over het verdelen van de wintervoorraad. Twee eekhoorns ruziën over de verdeling van een appel. Ze trekken naar de dierenrechter. Hoe zou jij de appel verdelen als rechter?
  Laat een kind demonstreren. Stel opnieuw de vragen uit les 48:
  - *Wat moet je verdelen?* (de appel) *Hoe noemen we dat nog?* (het geheel)
  - *In hoeveel gelijke delen moet je verdelen?* (in 2 gelijke delen)
  - *Toon één deel. Hoe schrijf je dat met een breuk?* (1/2) *Hoe lees je dat?* (één van de twee gelijke delen van de appel, of één tweede van de appel, of de helft van de appel)

  Noteer de antwoorden telkens op het bord:

  - $\frac{1}{2}$
  - één van de twee gelijke delen van het geheel
  - één tweede (= de helft)

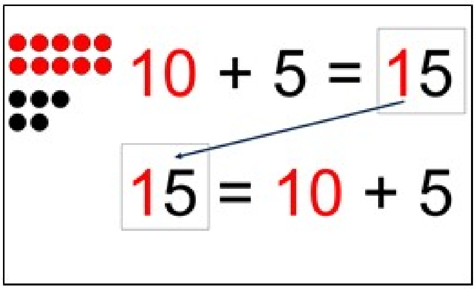
  Verdeel op dezelfde manier de appel in 4 gelijke delen.
  Wat vertelt het getal onder de breukstreep?

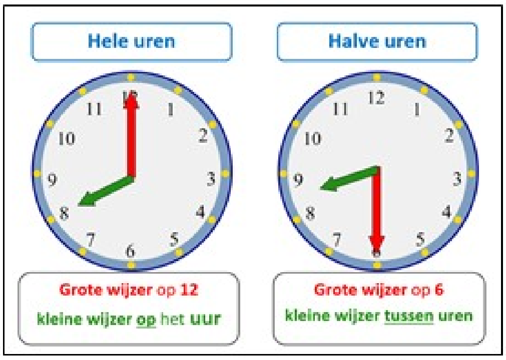
  Een voorbeeld van een probleemstelling (waarmee de les wordt opgestart) uit een handleiding. Wat is je mening hierover?

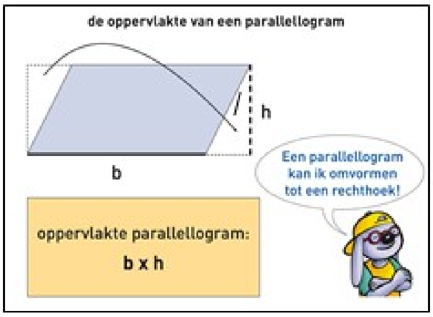
- **Inzicht staat centraal:** vandaar dat we van concreet naar abstract werken.
- Vaak worden te veel oefeningen klassikaal aangeboden: sommige leerlingen verliezen hun concentratie en willen er gewoon aan beginnen. Op zo'n ogenblik kan je zeker differentiëren: de 'sterke' rekenaars mogen direct beginnen aan de oefeningen in het werkboek en zo krijg je meer tijd vrij om de leerlingen met moeilijkheden meer te helpen/begeleiden.
- De evaluatiefase hoort er natuurlijk altijd bij, maar dit moet uiteraard niet steeds klassikaal gebeuren. Individuele controle wanneer je rond gaat tijdens de zelfstandige inoefenfase of een correctiesleutel die de leerlingen zelf mogen nemen wanneer ze klaar zijn met de oefeningen, zijn een goed alternatief.
- Denk vooraf na welke leerlingen je individueel laat werken, per twee of in groepjes. Voor de leerlingen aan individuele oefeningen beginnen, kan je deze best overlopen (eventueel met behulp van een bordboek) en ook meedelen wat ze achteraf moeten doen: corrigeren met correctiesleutel, anderen helpen, uitbreidingsoefeningen, spel, verder werken aan een andere taak, …
- Als slechts enkele kinderen verschillende kleine foutjes gemaakt hebben, dan kan je hen individueel helpen/verbeteren.

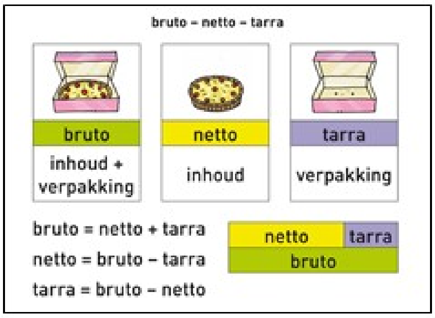
[5] In een eerste graad mag je binnen je probleemstellingen zeker nog heel wat fantasie inbakken. *Bv.: Hennie de heks maakt soep en heeft 12 wormen en 7 rotte bladeren nodig. Hoeveel 'ingrediënten' voegt zij toe?*

- Als een groepje kinderen een gelijkaardige fout heeft gemaakt, kan je hen bij mekaar zetten en samen die fout analyseren; de anderen kunnen natuurlijk gewoon verder werken.
- Alleen als er klassikaal iets fout loopt, behandel je dat ook klassikaal! Je legt dan best de zelfstandige verwerkingsfase meteen stil en brengt dan de opgave die fout loopt op het bord, zodat je deze met gans de klas kan oplossen.
- Uiteraard mag je een zelfstandige verwerkingsfase ook op andere momenten stilleggen, bv. als je knappe ideeën, oplossing(smethod)en hebt opgemerkt bij leerlingen.
- Te vaak gebeurt het dat leerlingen een soort oefening drie keer in extenso moeten behandelen (begin van de les klassikaal, dan de oefeningen zelf en dan nog eens achteraf ter verbetering) en dit geeft natuurlijk aanleiding tot verveling en tijdverlies. Dit moet je vermijden.
  - ➔ Integreer in je werkbladen dan ook oefeningen op meerdere handelingsniveaus en niet enkel kale bewerkingen (op mentaal niveau). Een deel van het werkblad kan je samen met de leerlingen maken/overlopen in de begeleide inoefenfase. Zo weten zij meteen wat er dient te gebeuren.
- Het valt aan te raden om de oefeningen meteen (of een gedeelte ervan) te verbeteren tijdens je rondgang doorheen de klas. Dit zal niet altijd haalbaar zijn en ook pedagogisch is dit niet altijd de beste piste. In dit geval kan je de werkboeken later verbeteren en de evaluatie in de terugblik van je nieuwe les plannen: *"Wat ging er vorige les goed/minder goed".*
- Laat je leerlingen een kladschrift gebruiken: het ontlast het geheugen en geeft ondersteuning bij het denken. Tevens kunnen je leerlingen hun werk gemakkelijk nazien en zijn voor jou hun denkstappen gevisualiseerd. De meeste werkboeken laten ook vaak te weinig ruimte om tussenuitkomsten te noteren.
- Besteed aandacht aan verschillende oplossingswijzen. Leerlingen kunnen veel leren van elkaar. Besteed zowel aandacht aan goede als minder goede tussenstappen.
- Vat een nieuwe rekenregel, een specifieke wiskundige inhoud of werkwijze kort samen op een wandplaat, die je gedurende een langere periode aan het bord of tegen de muur laat hangen of noteer een bepaalde nieuwe rekenregel/formule op de zijflap van je bord (werk hier met kleuren!). Zo blijft deze nieuwe inhoud voor leerlingen visueel, waardoor ze deze sneller gaan verinnerlijken.









Voorbeelden van wandplaten

- Bereid je bordschema vooraf voor en voeg dit ook toe als bijlage bij je les. Denk vooraf goed na welke oefeningen en wiskundige schema's/formules je op het bord brengt, hoe en wanneer! Een gestructureerd bordschema biedt zowel jou als de leerlingen veel houvast tijdens de les. Integreer ook kleuren in je bordschema om een bepaalde werkwijze te accentueren, maar overdrijf hier zeker niet mee. Bouw je bordschema ook stelselmatig op.
- Bied de leerlingen een stappenplan aan waarmee zij toepassingen/vraagstukken op een systematische manier kunnen oplossen. Laat hen eerst de benodigde gegevens **(G)** zoeken in de tekst en opsommen of arceren, voordat zij tot de bewerking of het schematiseren van hun strategie overgaan **(B/S)**[6]**.** Laat de leerlingen het antwoord ook neerschrijven in een zin **(A).** Hanteer deze structuur of een gelijkaardige variant ook binnen je bordschema.

Oefening 6: p. 10

G: *oppervlakte → 5 000 m²* *20 g mest per m² nodig* *kostprijs: € 2 per kg*

B: *20 g voor 1 m²* *100 000 g = 100 kg*

↓ x 5000 ↓ x 5000 *100 x 2 euro = 200 euro*

100 000 g voor 5 000 m²

A: *Het kost € 200 om het voetbalveld te bemesten.*

[6] B= bewerking, F= formule of S= schema

5 Wiskundige taal

Wanneer je als leerkracht een les wiskunde geeft, dan zijn veel begrippen, symbolen, numerieke gegevens en andere wiskundige tekens voor jou een evidentie. Voor je leerlingen is dit echter niet het geval. Zij zijn vaak nog onvoldoende vertrouwd met de wiskundige taal die je spreekt. Hierdoor is het erg belangrijk de wiskundige terminologie consequent en correct te hanteren. In deze paragraaf tonen we je een aantal veel gemaakte fouten en aandachtspunten:

- **Cijfers, getallen & symbolen:**

De term ‘cijfer’ verwijst naar een symbool, bv. 5. Een getal is samengesteld uit één of meer cijfers, bv. 25. Zo bestaat het getal 8 uit één cijfer: het cijfer 8. Het getal 15 bestaat uit twee cijfers: de cijfers 1 en 5

- **Kommagetallen en decimalen**

Een getal met cijfers na de komma is een kommagetal. De term ‘decimalen’ verwijst naar de cijfers of het deel na de komma (bv. 0,**54**). Een getal met een eindig aantal cijfers na de komma is een decimaal getal, bv.: 3,7 en -2,075 maar niet 0,555…
Een decimale breuk is dan weer een breuk waarbij de noemer een veelvoud van 10 is, bv.: 3/10, 25/100, …

- **Kommagetallen in meetcontexten**

Hoe lees je 5,4 m? Niet als “5 komma 4 meter”, maar wel “5 meter en 4 decimeter”.
Anders gaan je leerlingen denken dat 5,4 m < 5,12 m!
Zeg trouwens ook nooit 5 meter**s**, maar wel 5 meter, want de uitdrukking 5 m betekent juist 5 keer 1 meter.

- **Het euroteken**

De Nederlandse Taalunie heeft beslist dat het euroteken in het Nederlands voor het bedrag moet staan, met een spatie ertussen, dus € 15,74. Weet je ook om welke reden?

Naar analogie van bovenstaand voorbeeld zeggen we ook niet “15 komma 74 euro” in een les wiskunde, maar wel… “15 euro 74” of “15 euro en 74 cent”. Combinaties met een halve euro worden als volgt gelezen “3 en een halve euro”, terwijl € 3,25 “3 euro 25” is (met of zonder cent).
Je schrijft het bedrag steeds met twee decimalen, dus niet € 12,4 maar wel € 12,40.

- **Gebruik steeds de juiste terminologie**

Spreek niet van een uitkomst, maar over een som, verschil, product of quotiënt. Benoem de oefeningen correct als een optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling. Zorg er ook voor dat je de termen en factoren steeds correct benoemt: opteltal en opteller, aftrektal en aftrekker, vermenigvuldiger en vermenigvuldigtal, deeltal en deler.

- >, <, =

De vergelijkingstekens > en < worden verwoord als ‘is meer dan’ en ‘is minder dan’. Laat kinderen dergelijke oefeningen steeds verwoorden, anders zullen zij nooit afstand nemen van de context waarin deze tekens aangeboden worden (bv. de ‘draak’ eet altijd het meeste op).
Het gelijkheidsteken wordt verwoord als *‘is gelijk aan’*. Voornamelijk bij het aanbieden van dit teken in het eerste leerjaar is het belangrijk dat je consequent één betekenis hanteert.

Wat kan je hier zelf nog aan toevoegen?

Deel 2: Getallen & bewerkingen

1 Getalbegrip

In het leerplan van het GO! valt getalbegrip onder te verdelen in natuurlijke getallen en rationale getallen. Om wat meer overzicht op deze materie te bieden, werden deze leerinhouden bij de indeling van dit tweede luik wat meer uit elkaar getrokken.

1.1 Definitie

Wanneer kinderen in het eerste leerjaar van start gaan met het aanvankelijk rekenen, hebben zij al reeds een aanzienlijke weg afgelegd in de wereld van getallen. Door ervaringen thuis en in de kleuterschool zijn zij zich al bewust van het bestaan en de functie van getallen. Bijvoorbeeld: Zo weet een kind dat het zes jaar wordt en dat het voor deze verjaardag vijf jaar was. In de kleuterklas kopen kinderen in de winkelhoek een tomaat van 100 euro. Versjes als “1, 2, 3, 4, … hoedje van…” worden vlekkeloos gezongen, … Ondanks deze ervaringen en vaardigheden betekent dit niet dat alle kinderen bij hun instap in de lagere school al voldoende begrip van getallen hebben.

Wat houdt getalbegrip dan juist in? Getalbegrip heeft een kind als het op elk moment, tijdens het aftellen van losse elementen, elk telwoord zowel opvat als aanduiding van het hoeveelste getelde element (ordinaal) als van het totale aantal (kardinaal) tot dan toe getelde elementen. Als men aan een kind met een getalbegrip vraagt om van 5 appels de vijfde appel in de rij aan te duiden, dan gaat het beginnen tellen: 1, 2, 3, 4, 5. Als we nadien vragen hoeveel appels er zijn, dan zal het kind onmiddellijk 5 antwoorden i.p.v. te hertellen.

Tot op heden bestaat er echter nog geen uniforme theorie over hoe getalbegrip het meest efficiënt kan bijgebracht worden. Dit heeft als gevolg dat er omtrent dit proces heel wat variatie bestaat tussen de beschikbare wiskundemethodes. Mogelijke variaties binnen dit leerproces zijn dan:

- Splitsen: wordt dit voor of na de brug over 10 aangeleerd?
- Automatiseren van sommen, splitsingen en tafels (of helemaal niet)
- Rekenvoorwaarden: Apart of geïntegreerd inoefenen?
- Getalbeelden[7]: opteren we voor één uniform getalbeeld of confronteren we de kinderen met een ruimer aanbod beelden?
- …

De rekendidactiek in de kleuterschool en het eerste leerjaar wordt in deze module niet geëxamineerd. Deze inhouden komen immers uitgebreid aan bod in de module ‘De grote sprong’. Toch zullen enkele begrippen uit bovenstaand schema je vreemd in de oren klinken. Op Digitap wordt dan ook een bijkomend hoofdstuk geplaatst waarin de verschillende fasen van het voorbereidend en aanvankelijk rekenen worden uitgelegd. Wanneer je in functie van het werkplekleren vroegtijdig in een eerste leerjaar meeloopt, dan valt het sterk aan te raden om dit hoofdstuk vooraf aandachtig door te nemen.

[7] Voorbeelden van getalbeelden (zie bijlage)

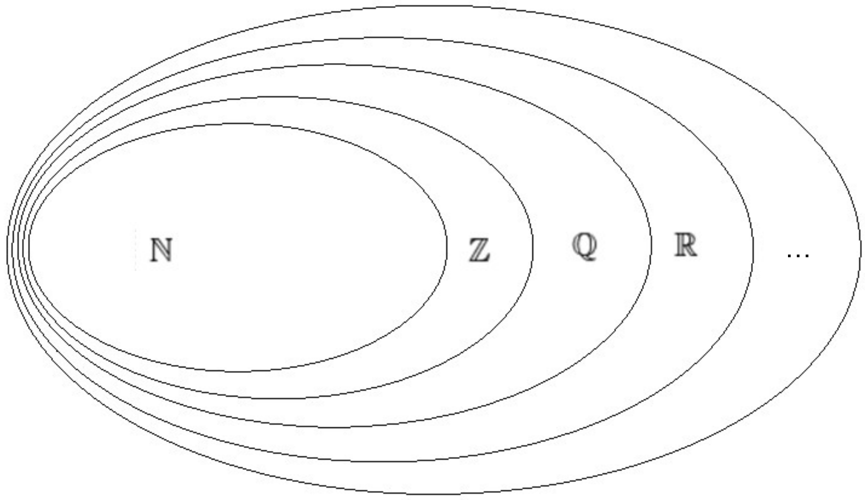
2 Getalverzamelingen

Getallen behoren in de wiskunde tot verschillende verzamelingen. Deze verzamelingen worden voorgesteld met een specifieke letter: N ⊂ Z ⊂ Q ⊂ R[8]
Deze cursus beperkt zich tot de eerste 4 verzamelingen, namelijk:

- N: de natuurlijke getallen
- Z: de gehele getallen
- Q: de rationale getallen
- R: de reële getallen

De **natuurlijke getallen** zijn alle positieve getallen die we gebruiken om een hoeveelheid te tellen en te benoemen: 0 1 2 3 4 … 25 …. 3046 …
Als je aan de natuurlijke getallen een toestandsteken toevoegt, dan betreed je de verzameling van de **gehele getallen.** Deze omvat alle positieve en negatieve getallen zonder de decimale componenten: -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4
Wanneer we een geheel getal, afwijkend van nul, delen door een ander geheel getal dan betreden we de verzameling van de **rationale getallen**. Deze kunnen genoteerd worden in decimalen of in breukvorm, bv.: 3,5   7/10   -80/100   3,1545454545…[9]
Hiernaast heb je ook nog de **irrationale getallen**. Deze getallen kunnen niet geschreven worden als het quotiënt van twee gehele getallen, m.a.w. een getal dat we niet naar een breuk kunnen omzetten: bv. het getal π = 3,14159265258… Deze irrationale getallen herkennen we al vlug door hun onbegrensde decimale vorm waarin geen regelmaat valt te onderscheiden. De irrationale getallen behoren samen met de rationale getallen tot de **reële getallen**.

Samengevat:



Hoewel je niet alle begrippen even frequent zal hanteren in de klaspraktijk, is het toch belangrijk met het oog op het secundair onderwijs om bovenstaande termen consequent te gebruiken, zeker in een zesde leerjaar.

---

8 Symbool ⊂ betekent 'is een deelverzameling van'.

9 Het repetitief gedeelte in dit getal noemen we de periode. Dit deel (hier 54) zal tot in het oneindige blijven doorgaan.

Opdracht:
Vul de volgende getallen op de juiste plaats in het schema in:
-3 10/20 17 0,34 π -27/5 3,141592… -3,262626… 1000

3 Talstelsels

3.1 Het decimale talstelsel

Het talstelsel dat wij dagdagelijks gebruiken is het tiendelige of decimale talstelsel, omdat het grondtal 10 is. Tien eenheden vormen één tiental, tien tientallen vormen één honderdtal, tien honderdtallen vormen één duizendtal, … Binnen dit talstelsel maken we ook gebruik van tien cijfers: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Getallen kunnen we rangschikken in een positietabel. Deze geeft aan wat de waarde van elk individueel cijfer is binnen een getal. De waarde van elk cijfer wordt uitgedrukt met een bijhorend symbool. De waarde van de decimalen wordt niet met een hoofdletter aangegeven.

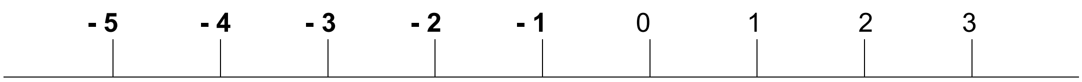
…	M	HD	TD	D	H	T	E		t	h	d	…
	miljoentallen	honderdduizendtallen	tienduizendtallen	duizendtallen	honderdtallen	tientallen	eenheden		tienden	honderdsten	duizendsten	
			5	8	1	0	4	,	2	3		

De waarde van het cijfer 8 in het getal 58104,23 is 8 duizendtallen of 8D of 8000.
De waarde van het cijfer 3 in het getal 58104,23 is 3 honderdsten of 3h of 0,03.

In het decimale talstelsel kan je elk getal opsplitsen in een geheel deel en een decimaal deel. Het bovenstaande getal kunnen we dan opsplitsen in 58104 + 0,23. Dit lezen we als '58104 gehelen en 23 honderdsten'.

4 Natuurlijke getallen - gehele getallen

Samen met de negatieve getallen behoren de natuurlijke getallen tot de verzameling van de gehele getallen. Je kan de bestaande getallenas met natuurlijke getallen eenvoudig uitbreiden met negatieve getallen.



Volgens afspraak is 0 zowel een positief als een negatief getal.
Breid deze getallenas pas uit en behandel negatieve getallen alleen in betekenisvolle situaties, bijvoorbeeld:

- Temperatuur: het vriest, het is -5 °C

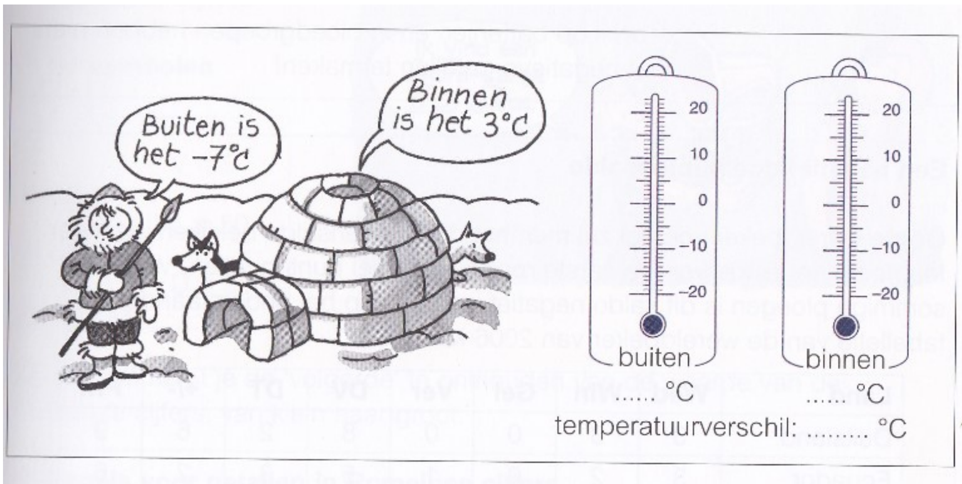
- Liften: onze auto staat in de ondergrondse parking geparkeerd, op niveau -3

Later breid je deze contexten nog uit naar een negatief saldo op een rekening, het niveau onder de zeespiegel, …

Nog een voorbeeld waarmee je negatieve getallen kan introduceren:

> *Het is winter. Je hebt buiten een thermometer liggen. Je gaat met je klas naar buiten en bestudeert als start van de les (motivatie, sfeerschepping) de thermometer. Deze wijst -5 °C aan. De leerlingen verwoorden hun indrukken. Er wordt gewezen op het minteken voor het getal 5. De leerlingen verwoorden waar ze dit fenomeen nog gezien hebben. Het begrip 'negatief getal' wordt geïntroduceerd. Terug in de klas wordt de thermometer van de klas bestudeerd, deze wijst 21 °C aan. De waargenomen temperatuur wordt gevisualiseerd op twee nagemaakte thermometers waarop de temperatuur kan ingesteld worden. De leerlingen bestuderen de thermometer en berekenen het temperatuurverschil.*

Om het verschil tussen een positief en een negatief getal te bepalen, laat je de tussenstap via 0 maken. Werk niet met bewerkingen. Je kan temperaturen immers niet optellen. Je kan enkel het verschil bepalen. Dergelijke opdrachten kan je het best visualiseren (thermometers, liften tekenen op het bord, …)



Uit: Wiskundewijzer (Carbonez et al., 2010)

Sommige leerlingen zullen moeite hebben met '-3 is minder dan -1'. Leg hierbij het verband met de vloeistofkolom in de thermometer, waar -3 °C duidelijk minder is dan -1 °C.

5 Rationale getallen

Rationale getallen, en dan voornamelijk breuken, worden door leerlingen in het basisonderwijs vaak als één van de moeilijkste onderwerpen bevonden. Als leerkracht dien je dan ook voldoende aandacht te besteden aan de begripsvorming van rationale getallen, door voldoende concreet te werken en dit binnen een realistische context. Het zijn deze contexten die het inzicht kunnen bevorderen en de samenhang tussen breuken, verhoudingen, kommagetallen en procenten verduidelijkt.

Een van de oorzaken van de moeilijkheden die leerlingen ondervinden bij rationale getallen heeft te maken met het feit dat hun voorkennis over natuurlijke getallen soms hinderend kan werken bij (bewerkingen met) rationale getallen. Veel leerlingen veralgemenen de principes die gelden bij natuurlijke getallen naar rationale getallen, ook voor aspecten waar deze principes niet van toepassing zijn. Een aantal voorbeelden van **veelvoorkomende misvattingen** zijn:

- x maakt altijd groter, : maakt altijd kleiner
- een getal met meer decimalen is een groter getal
- hoe groter de teller, hoe groter de breuk
- tussen twee breuken ligt een eindig aantal breuken
- …

5.1 Ontwikkeling van het breukbegrip

We kunnen een onderscheid maken tussen volgende breuken:

- **echte breuk:** bv.: 2/4 (2 stukjes van 4) → deel van één geheel
- **onechte breuk:** bv.: 5/2 (5 stukjes van 2) → groter dan één geheel

Bij onechte breuken kunnen veel leerlingen zich moeilijk iets voorstellen. Binnen bepaalde netten wordt een onechte breuk dan vaak genoteerd als een gemengd getal:

- **gemengd getal:** bv. 1 2/5, 28 5/6 → dit is een samenstelling van een geheel getal en een breuk[10].

Daarnaast onderscheiden we nog:

- **oneigenlijke breuk:** -9/3, 80/4 → hier is de teller een veelvoud van de noemer, deze breuk kunnen we vereenvoudigen naar een geheel getal.
- **stambreuk:** bv.: -1/4, 1/48 → de teller heeft de waarde één
- **decimale breuk:** bv.: de noemer is 10, 100, 1000, …, bv. 25/100, 8/10, -5/1000
- **gelijkwaardige breuken:** bv.: 2/10 en 1/5; 3/100 en 9/300 → dit zijn breuken met dezelfde waarde
- **gelijknamige breuken:** bv.: 2/5 en 3/5; -9/16 en 1/16 → dit zijn breuken met dezelfde noemer

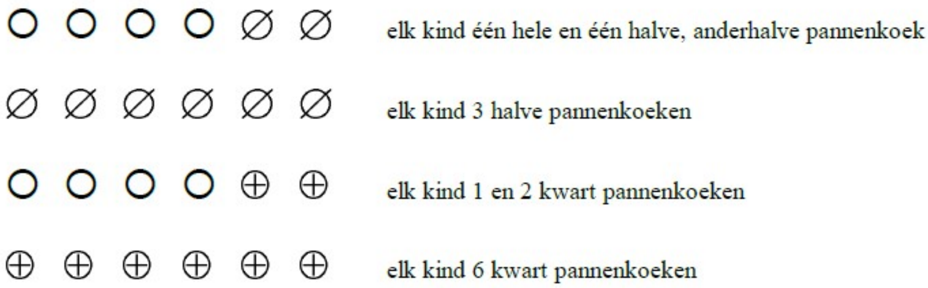
Hieronder worden de verschillende stappen gepresenteerd die kinderen omtrent breuken in de lagere school doorlopen. Deze stappen kunnen we ook omschrijven als een leerlijn.

5.1.1 Eerlijk verdelen

Het eerlijk verdelen van hoeveelheden of aantallen is één van de eerste concrete oefeningen die (vaak onbewust) de begripsvoming van breuken ontwikkelt. Reeds in de kleuterklas verdelen kinderen koekjes, kleurpotloden … onder elkaar. Soms betreft het hier een eerlijke verdeling met rest: bv. bij de verdeling van 7 snoepjes onder 3 kinderen.

Het eerste breukbegrip ontstaat dan door de beschrijving van de bekomen delen: één en een halve appel. Deze beschrijving kan dus best gemengde getallen bevatten, bestaande uit een geheel gedeelte en breukgedeelte. Dit levert meestal geen problemen op voor de kinderen, hoewel de notatie ervan wat moeilijker ligt: 1 1/2. Deze notatie komt uiteraard echter pas later aan bod en ook niet in alle onderwijsnetten.

[10] Ter verduidelijking: 1 2/5 bestaat uit 1 geheel (5/5) en 2/5. 1 2/5 is dan ook gelijk aan 7/5 (= onechte breuk)

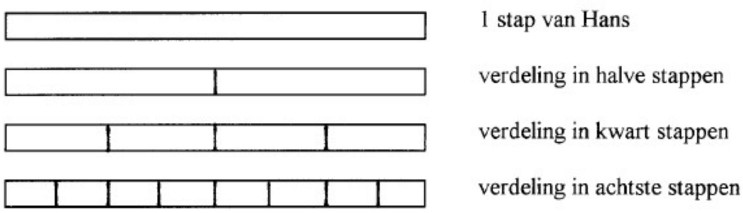


Bovenstaand voorbeeld toont aan dat leerlingen een zelfde hoeveelheid op verschillende manieren kunnen verdelen. In deze verdeelsituatie komt niet enkel het breukbegrip aan bod, maar ook de gelijkwaardigheid van verschillende breuken: bv. 1 1/2 = 3/2

5.1.2 Breuken als verfijnde maten

Hans stapt de lengte van de klas af. Bij zijn twaalfde stap komt zijn voet tegen de muur terecht. “11 stappen en nog wat” zegt hij.

We concentreren ons op het “nog wat”-gedeelte. De meeste kinderen schatten dat op iets meer dan een halve stap. Vanuit de meetactiviteit komen deze kinderen tot de ervaring dat een voorafgekozen maateenheid vaak niet volstaat om een reëel voorwerp te meten, dat de maat verfijnd moet worden. Vertrekkend van dit gegeven kunnen we van de stappen van Hans een strook maken en op die strook verdere verfijningen aanbrengen, bv. via een aantal keren halveren van de maateenheid (in twee vouwen van de strook):



De lengte van de klas wordt nu bepaald op 11 5/8 stap van Hans. Een breuk wordt in deze situatie dus gebruikt om een meetresultaat nauwkeuriger te noteren[11].
Zoals bij de verdeelsituaties komen we weer op gemengde getallen uit, nu als beschrijving van het meetresultaat. En ook hier krijgen we onmiddellijk zicht op de relaties tussen de breuken (5/8 is iets meer dan 1/2, ...).

Het meten met stroken is daarmee ook een goede introductie van de breuk als getal (zie verder), met een plaats op de getallenlijn. Met het strokenmodel in het achterhoofd zullen de kinderen in een later stadium van hun leerproces breuken kunnen situeren op de getallenlijn, eventueel zelf onderverdelingen aanbrengen op de strook (die nu een lijnstuk geworden is):

[11] Dergelijke oefeningen, hetzij eenvoudiger en zonder breuknotatie worden vaak al met kleuters van een 3e kleuterklas uitgevoerd. Bv.: de tafel is 5 voeten en 3 deeltjes van de 5 lang.

Bv.: Plaats 3/5 en 1 6/10 op de getallenlijn.

Breuken enkel op een getallenlijn plaatsen komt pas later aan bod in de lagere school. Hiervoor moeten de leerlingen het breukbegrip eerst voldoende beheersen. Het ordenen van breuken wordt pas behandeld als de gelijkwaardigheid tussen breuken herhaaldelijk behandeld is. bv. 2/3, 4/6, 6/9, ...
Dat vergelijken vormt dan weer de aanzet tot bewerkingen met breuken.

5.1.3 Het deel en het geheel visualiseren

Het deel en het geheel van breuken kan op waarneembare en schematische manier gevisualiseerd worden d.m.v. cirkels, rechthoeken, stroken/chocoladerepen, schijfjes, … Cirkels hebben wel het voordeel dat de delen een eigen identiteit krijgen (een stuk van 1/2 is altijd 1/2) en er later eenvoudig de link naar cirkeldiagrammen en percentages gemaakt kan worden. Ook de overschakeling van het beschrijven van de delen naar het noteren van de breuk is eenvoudig d.m.v. het cirkel/taartmodel.

> *Ik snij een taart (breukstreep) in 5 stukken (noemer: zo'n stukje noem ik dan een vijfde) en ik neem er 2 van (teller): 2/5.*

Breuken kan je op verschillende manieren voorstellen/materialiseren. We maken een onderscheid tussen discrete en continu materialen. In de praktijk is het belangrijk dat je zowel beide materialen aanbiedt.

- **Discreet materiaal =** een aantal (losse) voorwerpen, bv.: potloden, schriften, schijfjes, noten, knikkers, …
- **Continu materiaal** = een samenhangend materiaal, een hoeveelheid. Bv.: water, suiker, zand, pizza, tijd, afstand, …

discreet

continu

5.1.4 De breuk als operator[12]

In situaties waar je een breuk als operator gebruikt, is de breuk het **uitgangspunt van een handeling.** De breuk wordt nu vooraf opgegeven en bepaalt de handeling die hierop zal volgen.

Bv.:

4/5 is hier de operator die aangeeft dat je eerst moet delen door 5 en dat resultaat moet vermenigvuldigen met 4.

Binnen dit onderdeel van breuken doorlopen de kinderen meestal volgende toepassingen:

- Een stambreuk nemen van continu materiaal *(bv. neem 1/2 van een pizza, blad, …)*
- Een echte en onechte breuk nemen van continu materiaal *(bv. neem 4/6 van de pizza, teken 6/5 van deze strook, …)*
- Bovenstaande breuken nemen van discreet materiaal *(bv. neem 1/4 van 16 noten, omcirkel 9/5 van 20 rondjes, …)*
- Tot slot wordt de operator toegepast op getallen *(bv. 3/10 van 100 = ….; 8/5 van 150 = …)*

Lauren mag voor haar verjaardag $\frac{2}{3}$ van deze 12 handpopjes kiezen.
Hoeveel handpopjes kan ze kiezen?

1. Hoe groot is het geheel?	12 popjes
2. In hoeveel gelijke delen verdeel je het geheel?	3
3. Hoeveel gelijk delen neem je?	2
4. Welk deel is dit van het geheel?	$\frac{2}{3}$ van 12 popjes = 8 popjes

Een belangrijk **verbaal** hulpmiddel in deze fase is het stellen of visualiseren van **breukvragen** (zie de 4 vragen hierboven), die de lln. een systematiek bieden om problemen rond breuken inzichtelijk en consequent op te lossen[13].

[12] Operator = de functie, de 'bewerker' van de oefening.

Ongeveer in het 5de leerjaar wordt het 'deel van een aantal nemen' gelijkgeschakeld met de vermenigvuldiging, bv.: 3/4 van 20 = 3/4 x 20.
Om dit bevattelijk te maken voor kinderen kan hierbij best gebruik worden gemaakt van gemengde getallen met een voorstelbare context. Bv.:

De piste rond het voetbalveld is 400 m. De atleten lopen er 2 en een halve keer rond. Hoeveel m lopen ze? 2 1/2 x 400 m = 1000 m.

Hiermee leggen we de verbinding tussen de helft (van een ronde) van 400 m en 1/2 keer (maal) die 400 m. Daarna kunnen we dat met getallen (dus zonder context).

Daarnaast zullen veel leerlingen vlug inzien dat beide operaties tot hetzelfde resultaat leiden wanneer de koppeling tussen beide veelvuldig gelegd wordt met enkele eenvoudige breuken, zoals 3/4 van 20.

5.1.5 De breuk als verhouding/kans

Breuken kunnen ook gehanteerd worden als uitdrukking van een verhouding en een kans. Er zijn 2 types van **verhoudingen**.

Deel – deel vergelijkingen	Deel – geheel vergelijkingen
Je vergelijkt de grootte van een deel van het totaal met de grootte van een ander deel van het totaal (1).	Je vergelijkt de grootte van een deel van het totaal met het totaal (2 en 3).

Bv.:

1) Voor elke witte kraal zijn er drie zwarte kralen. Dit kan je abstract vertalen naar de breuken 1/3, 2/6, 3/9, 4/12, …
2) 11 op de 7000 mensen is Belg, of 11/7000.
3) Drie op de vier kralen zijn zwart.

Voorbeeld van een breuk als kans:
Een muntstuk wordt opgeworpen. Wat is de kans dat de kruiszijde bovenaan ligt?

Concreet: De leerlingen nemen een muntstuk en gooien dit een aantal keer in de lucht.

Schematisch: Een tabel kan de oplossing van het probleem ondersteunen:

Aantal keer gegooid	10	50	100	500	2000
Aantal keer kruis	4	27	50	240	1015
Aantal keer munt	6	23	50	260	985

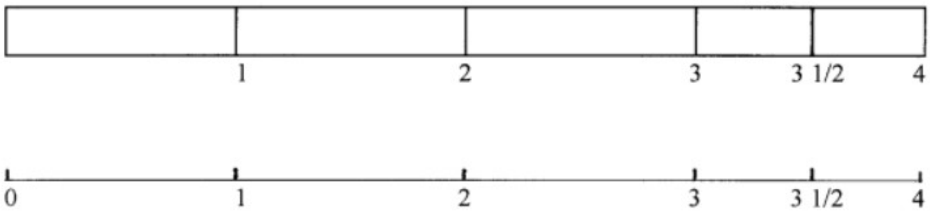
Abstract: De leerlingen interpreteren deze resultaten. Telkens werd er een andere verhouding gevonden, maar telkens zat ze dicht bij de breuk 1/2. Er zijn bij dit spel maar twee mogelijke uitkomsten, nl. kruis en munt. Bij een zuivere munt en eerlijke worp is er geen voorkeur voor één van beide uitkomsten. Hun kans om voor te komen is dus even groot.
Als we ons een oneindig aantal worpen indenken, dan zal er evenveel kruis als munt gegooid worden:

[13] Tip: Visualiseer deze breukvragen d.m.v. een wandplaat of een nota op hun bank, zodat ze deze consequent kunnen toepassen.

- de kans op kruis is 1/2.
- de kans op munt is 1/2.

5.1.6 De breuk als getal

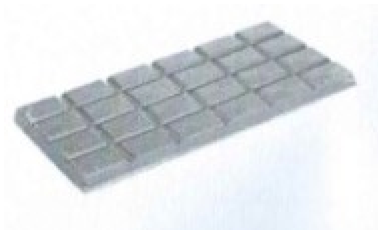
Aanvankelijk werken we met breuken als benoemde getallen: 2 1/2 appel, 3/4 peer … Zoals reeds eerder werd gesteld kan er via de meetstroken gemakkelijk overgeschakeld worden naar de getallenlijn. Waar we op de bovenste tekening nog 3 1/2 strook situeren, gaan we op de onderste het getal 3 1/2 of 7/2 plaatsen.



Bij het werken met breuken is het een goede gewoonte om kinderen breuken met een grotere teller dan noemer te laten omzetten in gemengde getallen (indien dit in het gebruikte leerplan staat). Gemengde getallen zijn bevattelijker voor kinderen dan onechte breuken. Om een idee te krijgen van hoe groot 16/3 is, zal je dit spontaan omzetten naar een gemengd getal, nl. 5 gehelen en 1/3.
5 1/3 geeft een duidelijker beeld van de waarde, want we kunnen direct zeggen dat het getal ergens tussen 5 en 6 ligt.

5.1.7 Gelijkwaardige breuken

Hieronder volgen enkele voorbeelden van hoe je gelijkwaardige breuken kunt aanbrengen.

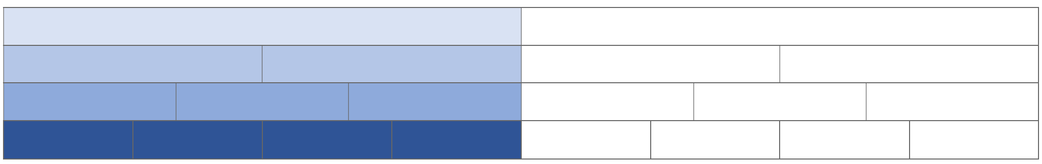


- **Concreet:**
  Geef kinderen elk een tablet chocolade zoals hier wordt voorgesteld en laat de kinderen 1/2, 2/4, 3/6 en 4/8 van de reep nemen. Wat stellen ze vast?

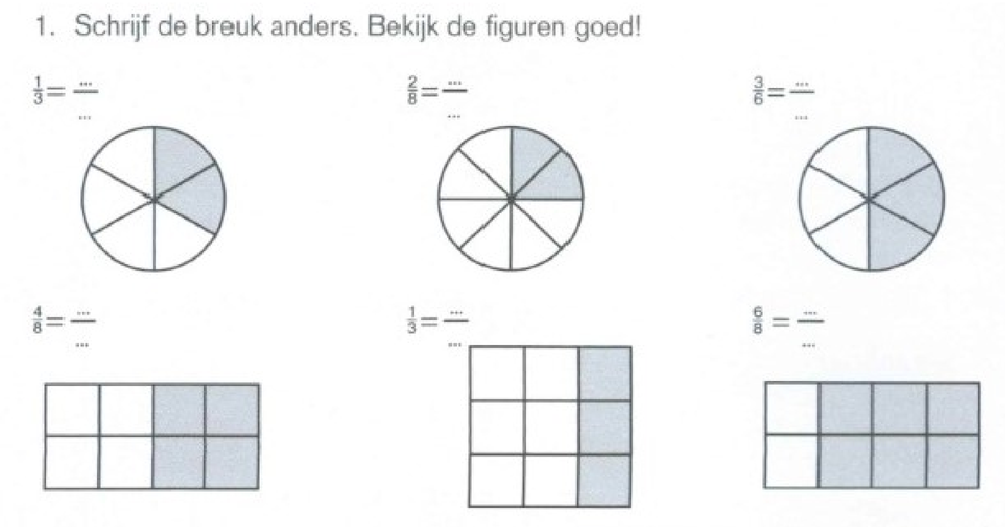
  ➔ *De Lln. stellen vast dat de breuken dezelfde waarde uitdrukken, ze bepalen hetzelfde deel van het geheel. Ze hebben allemaal een even groot deel van het geheel genomen.*

  Een ietswat 'abstractere' manier om bovenstaande oefening 'concreet' te ondersteunen, kan d.m.v. breukstokken (zie bijlage p. 97)

- **Schematisch:**
  Schematisch kan je alle breuken gaan voorstellen met behulp van het strookmodel, de breukenladder (zie bijlage p. 99).

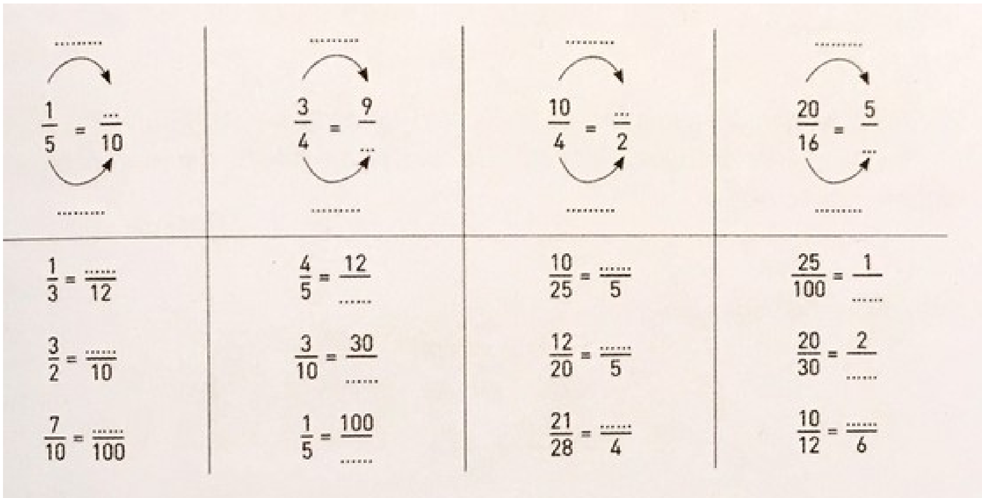


Of het taart- en rechthoekmodel.



Bron: Rekensprong Plus 4B - werkschrift p.30

- **Abstract:**
  De leerlingen zien in dat een gelijkwaardige breuk verkregen of gevonden kan worden door zowel de teller en de noemer te vermenigvuldigen of delen door eenzelfde getal.



Bron: Rekensprong plus 4B - werkschrift p. 30.

5.1.8 Breuken vereenvoudigen, vergelijken en ordenen

Om breuken te **vereenvoudigen** naar hun meest eenvoudige notatie, kan je grotendeels dezelfde concrete en schematische materialen gebruiken als hierboven, nl. breukstokken, breukenladder, … Daarnaast biedt ook een verhoudingstabel een goede schematische ondersteuning, en is het vereenvoudigen van breuken een geschikte oefening om het principe van de verhoudingstabel te duiden, die later nog in verscheidene hoofdreken- en meetcontexten zal terugkeren.

- **Schematisch:**
  Bv. Vereenvoudig 12/20 (m.b.v. verhoudingstabel)

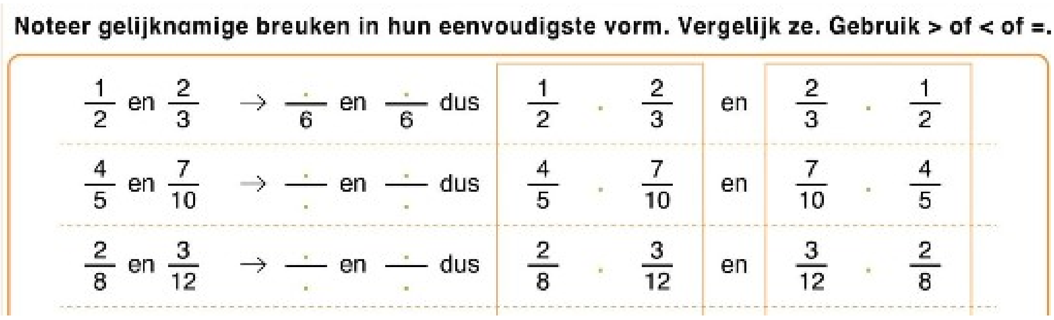
: 2 *: 2*

teller	12	6	3
noemer	20	10	5

: 4

- **Abstract:** Bij grotere getallen (bv. vereenvoudig 75/125) gaan de leerlingen vereenvoudigen door teller en noemer te vereenvoudigen m.b.v. de grootste gemeenschappelijke deler[14].

Het vereenvoudigen van breuken is één strategie om breuken zoals in onderstaande oefening met elkaar te kunnen vergelijken en ordenen.


Noteer gelijknamige breuken in hun eenvoudigste vorm. Vergelijk ze. Gebruik > of < of =.

$\frac{1}{2}$ en $\frac{2}{3}$	→ $\frac{.}{6}$ en $\frac{.}{6}$ dus	$\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$	en $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$
$\frac{4}{5}$ en $\frac{7}{10}$	→ $\frac{.}{.}$ en $\frac{.}{.}$ dus	$\frac{4}{5}$. $\frac{7}{10}$	en $\frac{7}{10}$. $\frac{4}{5}$
$\frac{2}{8}$ en $\frac{3}{12}$	→ $\frac{.}{.}$ en $\frac{.}{.}$ dus	$\frac{2}{8}$. $\frac{3}{12}$	en $\frac{3}{12}$. $\frac{2}{8}$

Bron: Kompas 5B, werkboek p. 30

Daarnaast kunnen ook nog andere strategieën aangewend worden om breuken met elkaar te kunnen vergelijken. Het spreekt voor zich dat alle strategieën eerst concreet of schematisch aangebracht dienen te worden.

Strategie	Voorbeeldoefening	Oplossing
1. Vereenvoudigen	Bv. vergelijk 4/6 en 1/3	4/6 = 2/3 en 2/3 > 1/3 → dus 4/6 > 1/3
2. Referentiepunten zoeken	Bv. vergelijk 8/5 en 4/6 EN Vergelijk 3/8 en 2/3	8/5 > 1 en 4/6 < 1 → dus 8/5 > 4/6 3/8 < 1/2 en 2/3 > 1/2
3. Tellers en noemers vergelijken	Bv. Vergelijk 2/7 en 4/5	2/7 < 4/5 want 7 > 5 en 2 < 4
4. Breuken gelijknamig maken	Bv. Vergelijk 2/3 en 4/7	2/3 = 14/21 en 4/7 = 12/21 → dus 2/3 > 4/7

[14] Uitleg over de g.g.d. vind je in het leerpad rond getallen op Digitap.

Het gelijknamig maken van breuken leren de leerlingen in een later stadium op een efficiëntere manier uitvoeren m.b.v. het kleinste gemeenschappelijk veelvoud. Meer info hierover vind je op p. 34 in de WW en in het leerpad rond getallen op Digitap.

5.2 Bewerkingen met breuken

5.2.1 Optellen & aftrekken

Ook bij bewerkingen met breuken wordt er vertrokken vanuit herkenbare contexten en van concreet naar abstract gewerkt. Hieronder volgen 2 uitgewerkte contexten met telkens een uitwerking op concreet, schematisch en abstract niveau.

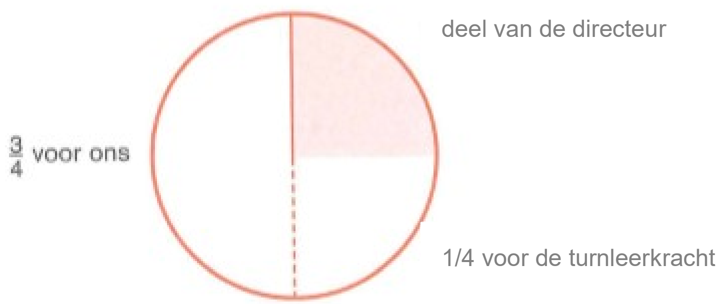
Voorbeeld 3: gelijknamige breuken aftrekken

Ik heb een lekkere appeltaart voor de klas gebakken. De directeur wou graag een stukje proeven, dus breng ik maar 3/4 van de taart mee naar de klas. Daarnet kwam de turnleerkracht langs en hij at stiekem al 1/4 van een hele taart op. Welk deel van de taart heb ik nu nog over?

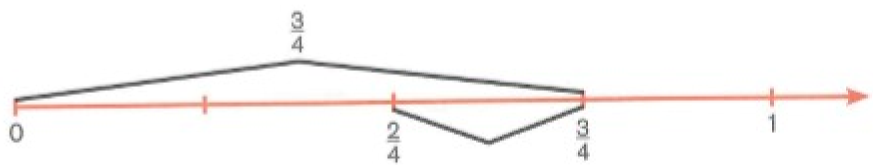
- **Concreet:** Je kan deze situatie naspelen met een echte taart of een ronde vorm die je kan verdelen. De leerlingen werken mee met breukschijven of de breukenladder.

- **Schematisch:** Gegeven de context werk je best met een cirkel als voorstellingswijze, eventueel aangevuld met een getallenas.

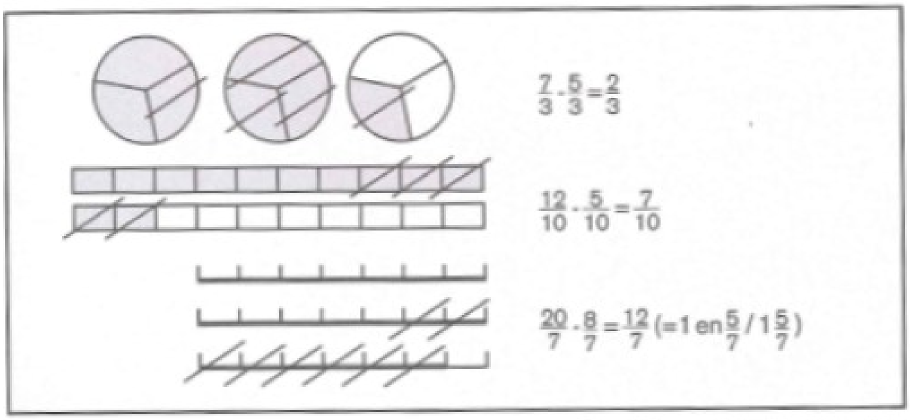
- Cirkel:



- Getallenas:



Een ander voorbeeld, met schematische notatie:



Bron: "Kompas 4 - leerboek B p. 475"

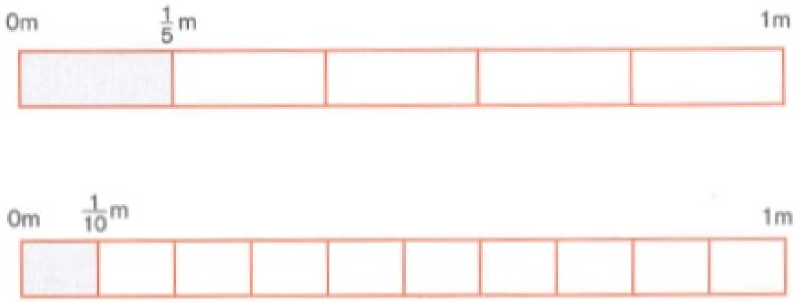
*In bovenstaande voorstelling zie je dat er hier gewerkt wordt met **het wegneemmodel** om de aftrekking voor te stellen. Dit model pas je bv. ook toe in de pijlennotatie bij aftrekkingen met natuurlijke of kommagetallen (zie p. 9).*

- **Abstract:** De bewerking die werd uitgevoerd is dus $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
  Samen met de leerlingen bespreek je dan dat je enkel de tellers aftrekt en de noemer behouden blijft (dezelfde regel geldt bij optellen).

Voorbeeld 4: ongelijknamige breuken optellen

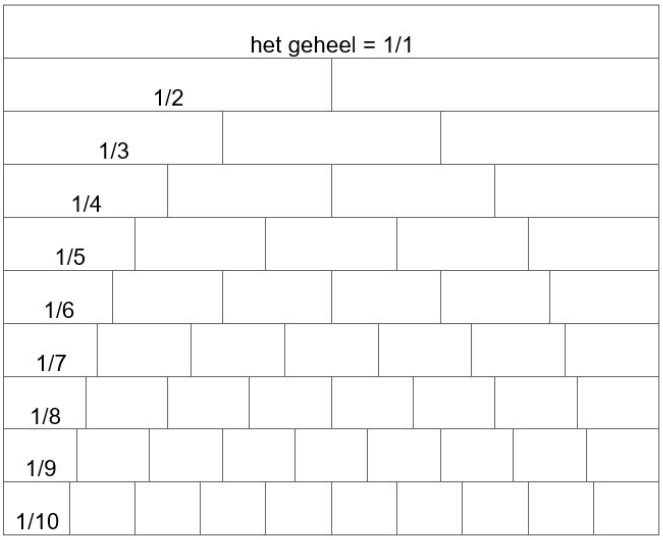
Roos en Victor willen een mooie slinger maken voor papa zijn verjaardag. Roos knipt 1/5 m van een papierstrook en Victor knipt 1/10 m van een papierstrook. Als ze de stroken aan elkaar plakken, hoeveel meter hebben ze dan al gemaakt?

- **Concreet:** Dit kan je met de leerlingen samen uitvoeren door de gevraagde breuken te laten uitknippen op 2 stroken van 1 meter.

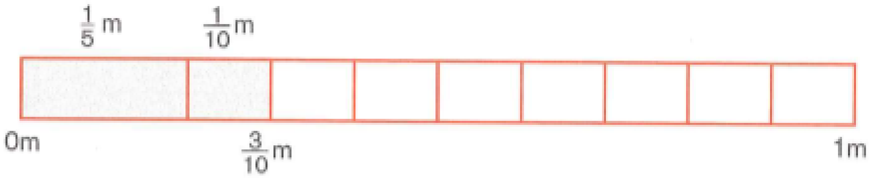


Als je de stukken aan elkaar kleeft, kan je de leerlingen gelijktijdig de bewerking laten uitvoeren op de breukenladder. Belangrijk is dat de leerlingen hiermee inzien dat de strook van Roos (1/5 m) overeenstemt met 2/10 m.

Voer de bewerking uit op de breukenladder



- **Schematisch:** Je visualiseert de bewerking d.m.v. **het strokenmodel** op bord.



- **Abstract:** De bewerking die werd uitgevoerd is dus $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

  Samen met de leerlingen bespreek je dat je er eerst voor zorgt dat de breuken op gelijke noemer staan. Het is belangrijk dat je voldoende aandacht besteedt aan het gelijknamig maken. Daarna is de werkwijze hetzelfde als bij het optellen en aftrekken van gelijknamige breuken.

5.2.2 Vermenigvuldigen en delen

Opdracht:
Raadpleeg hiervoor het hoofdstuk in je wiskundewijzer op p. 41 & 42 en ga na hoe je volgende oefeningen bevattelijk aan kinderen kunt uitleggen:

- 3 x 1/6
- 1/5 van 1/3
- 3/4 x 2/5
- 1/4 : 4
- 3 : 1/3

5.3 Kommagetallen en percentages

5.3.1 Begripsvorming

Opdracht:
In vorige paragraaf werd een stapsgewijze opbouw gepresenteerd om kinderen het inzicht te laten verwerven in de complexe breukenmaterie. Zoek nu op basis van bovenstaande werkwijze eens naar een aantal suggesties van concrete en reële situaties om kommagetallen en procenten te introduceren.

5.3.2 Aandachtspunten bij kommagetallen

In de fase van de begripsvorming dien je als leerkracht extra aandacht te schenken aan twee sterke foutenbronnen bij het werken met kommagetallen: het asymmetrisch karakter van de kommagetallen en de kommascheiding.

Asymmetrie t.o.v. de komma:
Hiermee wordt bedoeld dat de tientallen en de tienden, de honderdtallen en de honderdsten, ... in het positiestelsel niet symmetrisch staan t.o.v. de komma, maar wel t.o.v. de eenheden.

Dit kan tot misverstanden leiden in bv. 233,087: de 7 betekent 7 honderdsten (3 plaatsen na de komma geeft honderdsten, want 3 plaatsen vóór de komma zijn honderdtallen).

Kommascheidingsfout:
Hiermee wordt bedoeld dat de getallen voor en achter de komma als een zelfstandigheid worden opgevat en behandeld. Dit kan leiden tot volgende foutieve interpretaties:

- 0,3 is kleiner dan 0,12 want 3 is kleiner dan 12
- 3,8 < 3,80 want 8 < 80
- 3,14 + 2,4 = 5,18 want 14 + 4 = 18

Deze veelvoorkomende fout hangt samen met de manier waarop kommagetallen meestal gelezen worden:

- 3,14 als “drie komma veertien”;
- 2,4 als “twee komma vier”.

Vandaar dat in de fase van de begripsvorming deze courante leeswijze beter nog even kan vermeden worden. Aanvankelijk zal men bij het lezen van kommagetallen aandacht geven aan de plaatswaarde en bv. 3,14 lezen als “3 en 14 honderdsten” of “3 en één tiende en 4 honderdste”.
Kommagetallen ordenen en vergelijken is hierbij een waardevolle oefening.

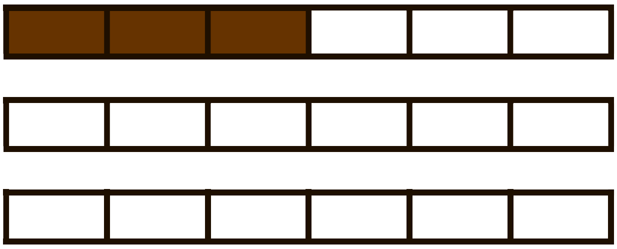
Opvatting over vermenigvuldigen & delen:
Wanneer kommagetallen geïntroduceerd worden zijn kinderen al een tijd vertrouwd met het vermenigvuldigen en delen. Kinderen zijn dan vaak van mening dat vermenigvuldigen een getal steeds groter maakt en delen een verkleinend karakter heeft.
Deze redenering gaat echter niet altijd op bij het vermenigvuldigen en delen met kommagetallen. Denk maar aan:

0,4 x 0,2 =
5 : 0,1 =
3 : 0,5 =

Het is ook nodig om aan het vermenigvuldigen en delen met kommagetallen kleiner dan 1 afzonderlijk aandacht te besteden. Het visualiseren van het kommagetal in een breuk zorgt vaak voor verduidelijking.

3 : 0,5 = 3 : 1/2

Hoeveel stukken van een half kan ik bv. uit 3 volledige repen chocolade halen.

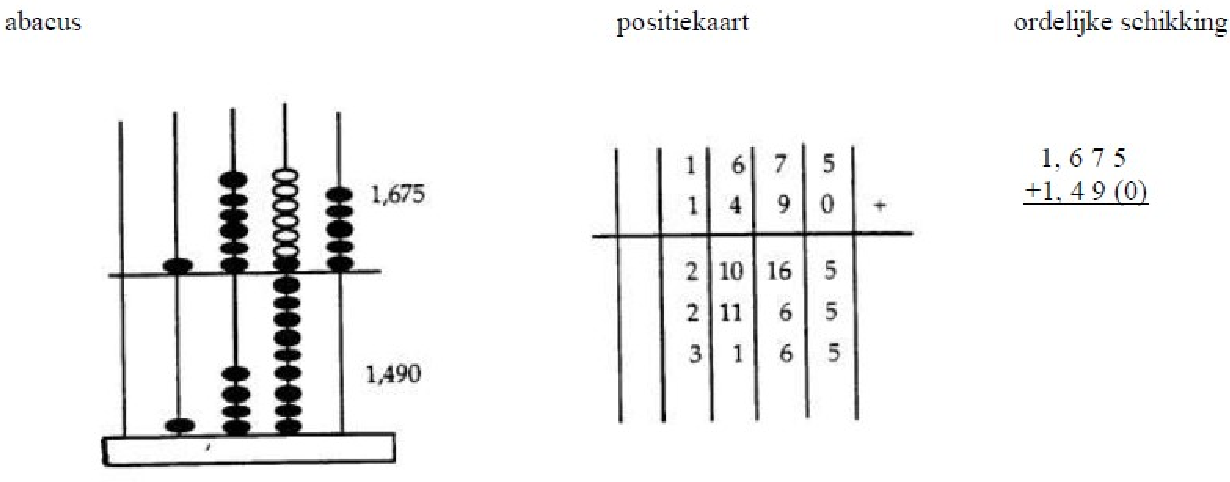


5.3.3 Rekenen met kommagetallen

Didactisch geldt dat je kinderen de rekenregels moet laten ontdekken, i.p.v. ze vooraf zelf aan te bieden. Dit geldt ook bij het rekenen met kommagetallen (bv. over de plaats van de komma.

Optellen en aftrekken:
Bij het optellen en aftrekken van kommagetallen is de grote moeilijkheid dat men de bewerkingen moet uitvoeren met de plaatswaarde van de cijfers in het achterhoofd. Bij hoofdrekenen zal men dus vooral de kommascheidingsfout moeten vermijden, bv. door te herformuleren: 3,37 - 1,7 als 3,37 - 1,70. Bij het cijferen is het vooral een kwestie van ervoor te zorgen de getallen zo te schikken dat de overeenkomstige posities onder elkaar staan.
Om het inwisselen inzichtelijk te laten verlopen kan men teruggrijpen naar de abacus en een positiekaart. Geleidelijk aan evolueert dit naar ordelijk schikken (komma's onder elkaar eventueel aanvullen met nullen achteraan) zonder hulpmiddelen.

Voorbeeld: 1,675 + 1,49



"Abacus en positiekaart zijn beide gericht op het uitstellen van het inwisselen en de overdracht, wat de belasting van het werkgeheugen sterk vermindert. Op de abacus kan men naar believen de komma op de gewenste plaats aanbrengen. Beide hulpmiddelen staan in dienst van de inzichtelijke onderbouwing, gebaseerd op maatverfijning en het benadrukken van de samenhang in een kommagetal."

Vermenigvuldigen en delen:
Bij het vermenigvuldigen en delen van kommagetallen met natuurlijke getallen loert de kommascheidingsfout ook altijd om het hoekje:

2,24 x 5 = 10,120 (2 x 5 is 10 en 24 x 5 is 120)

8,24 : 4 = 2,6 (8 : 4 is 2 en 24 : 4 is 6)

Opdracht: Hoe zou je bij het aanbieden van kommagetallen deze veel gemaakte fout kunnen omzeilen?

Bij het cijferend vermenigvuldigen dienen kinderen zich bewust te zijn van de kommaplaatsingsregel.

> *“Tel het totaal aantal cijfers na de komma in beide getallen, het product heeft evenveel cijfers na de komma als dat totaal.”*

Deze regel kan je leerlingen laten ontdekken door hen eerst te laten schatten. Bv. We zoeken de oppervlakte van een kamer van 3,8 m op 5,2 m. Dat is ongeveer 4 m op 5 m, dus zowat 20 m². Uitrekenen zonder komma’s geeft:

```
       38
x      52
     ----
       76
     1900
     ----
     1976
```

Gezien de schatting van 20 zullen we de komma na de 9 plaatsen, dus 19,76 m².

Delen van kommagetallen en in het bijzonder het wegwerken van de komma in de deler, kan je voorbereiden door veelvuldig te laten vermenigvuldigen en delen met machten van 10 en het laten ontdekken van de daarmee samenhangende regels voor kommaverschuiving:

102 : 10 = 10,2
3,62 x 100 = 362

Deze voorbereiding zal het eenvoudiger maken om oefeningen zoals 8 : 0,4 om te zetten naar 80 : 4. Zeker wanneer je deze stappen visualiseert in de verhoudingstabel.

5.3.4 Rekenen met procenten

Voorbeeld van een probleemstelling:

Probleemstelling: Hoeveel betaal ik nog voor deze Playstation 4? (Lln. kei gemotiveerd!)

5% van 300 = ….
→ Lln. denken na over strategie.
→ Lkr. legt betekenis van per-cent uit:
    "pour cent → voor elke 100"
    5% korting betekent dus → voor elke € 100 krijg ik € 5 euro korting.
    Hoeveel euro korting krijg ik dan op € 300?

Concreet: lln. leggen met munten en briefjes per € 100 korting van € 5 apart.

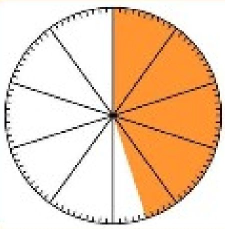
Schematisch: bovenstaande context is zeer geschikt om de werkwijze van de verhoudingstabel te demonstreren.

€ 5	
€ 100	€ 300

Vervolgens kan je op concreet en schematisch niveau volgende niveauverhogende oef. doorlopen: 6% van 250, 100% van 300, 25% van 620, 4% van 1200, 13% van 15, …

Abstract: Vestig na enkele oef. de aandacht op het feit dat elk percentage een standaardbreuk op 100 inhoudt en de lln. onderstaande percentages kunnen uitrekenen door deze op noemer 100 te plaatsen, en als operator te hanteren:

Kijk, vul aan en los op.



45 % = . ten 100 = . per 100 = . van de 100

45 % van 100 = .	45 % van 400 = .
45 % van 200 = .	45 % van 800 = .

Los op.

10 % van 850 = ____	100 % van 95 = ____
20 % van 350 = ____	60 % van 750 = ____
25 % van 4800 = ____	5 % van 260 = ____
50 % van 2300 = ____	75 % van 800 = ____

Bron: Kompas 5B, werkboek p. 20

Procenten (zoveel op honderd, bv. 75/100) vormen een soort standaardbreuk of -verhouding. Ze beschrijven deel-geheelrelaties of veranderingssituaties (toename of afname, geheel plus- of min-deel) of fungeren daarbij als operator. Percentages komen in het dagelijks leven zeer veel voor, leiden daar als het ware een eigen leven, maar worden niet altijd correct gebruikt omdat ze soms moeilijk te vatten zijn. We geven eerst een overzicht van de verschillende situaties, met telkens een voorbeeld.

1. Deel-geheelrelaties

		geheel	***deel***	***%***
a.	David Goffin heeft in de eerste set 28 van de 35 eerste opslagen goed geslagen. Wat is zijn % geslaagde eerste services.	35	28	?
b.	In een potje jam zit 40% vruchten. Hoeveel is dat in een pot van 450 g.	450 g	?	40%
c.	Wout besteedt 35% van zijn spaargeld aan een computerspel van € 63. Hoeveel spaargeld had hij?	?	€ 63	35%

2. Geheel min of plus deel

		begin	***eind***	***verandering***
a.	Een racefiets kostte eerst € 5000, nu € 4200. Hoeveel procent ging eraf?	5000	4200	?
b.	Een krant van € 1,2 wordt 10% duurder. Hoeveel moet ik nu betalen?	1,2	?	10%
c.	Een auto kost 19 250 euro, 25% BTW inbegrepen. Hoeveel kost die auto zonder BTW?	?	19250	25%

In een didactische opbouw zullen we er rekening moeten mee houden dat deze problemen sterk verschillen in moeilijkheidsgraad: veranderingssituaties zijn moeilijker dan deel-geheelbeschrijvingen; het zoeken van het geheel of terugkeren naar de beginsituatie is moeilijker dan het deel of % opsporen ... . Als vertrekpunt kunnen we best 1a-situaties nemen, waarbij we verschillende verhoudingen willen vergelijken. Het is omwille van die vergelijking dat de noodzaak van een normering wordt aangevoeld, een beetje zoals bij de overstap van meten met onconventionele naar geijkte maateenheden.

De start kan bijvoorbeeld liggen bij een probleem als dit:

> *De griepepidemie heeft ook in onze school toegeslagen: 7 van de 25 kinderen van ons 5^{e} leerjaar zijn ziek. Meester Patrick hoorde deze morgen van de juffen van het eerste dat er bij hen al 10 van de 40 kinderen ziek zijn. Waar zijn er nu procentueel gezien de meeste zieken? Bij het zoeken van de percentages (hoeveel zouden er ziek zijn op 100) kan de verhoudingstabel dienstig zijn:*

5de leerjaar

28 %

ziek	7	14	28
Tot.	25	50	100

1ste leerjaar

25 %

ziek	10	5	25
Tot.	40	20	100

Het is belangrijk om bij aanvang de verbinding te leggen met breuken en kommagetallen. Deze kunnen zeer bruikbaar zijn bij berekeningen, als het percentage als operator gehanteerd wordt:

- 25% van € 4800 = 1/4 van € 4800
- 40% van 450 g = 4/10 (2/5) van 450 g of 450 g x 0,4

Aandachtspunten bij het rekenen met percentages

- Bij het rekenen met percentages is het belangrijk dat kinderen het juiste standpunt kunnen innemen. Bv. bij oefening 2c moeten we niet 1/4 van 19250 euro aftrekken, maar wel 1/5. De BTW is er al bijgerekend, waardoor 19250 euro 125% bedraagt.

- Het rekenen met percentages van een percentage is een andere complexe kwestie die ook aandacht vereist op het einde van de basisschool.

  Bv.: Ongeveer 60% van de Vlamingen gaat jaarlijks één keer op reis. 40% daarvan gaat naar het buitenland. Hoeveel zijn er dat?

- Vaak worden percentages ten onrechte opgeteld.

  Bv.: In het eerste leerjaar kampt ongeveer 15% van de kinderen met leesproblemen. En 10% heeft last met rekenen. Zo'n kwart van de leerlingen riskeert dus al te moeten overzitten in het eerste leerjaar! Mag je die conclusie trekken?
- Zicht op de relativiteit van het begrip percentage moet in elk geval tot de doelstellingen van het basisonderwijs behoren. Een stijging van 2 naar 3 of van 1 000 naar 1 500 is telkens 50 %. Om daar echt de betekenis van te vatten zullen we toch naar de context moeten kijken ... . En 5 % (van wat?) is natuurlijk niet altijd kleiner dan 10 % (van iets anders?). Omwille van deze relativiteit is het beter procenten niet als een getal op te vatten (met een plaats op de getallenas). Getallen hebben immers een absolute waarde. Die kunnen ook altijd opgeteld worden ... .

Opdracht: Een blik op de leerplannen
Raadpleeg de leerplannen van OVSG en GO! In welke leerjaren wordt er systematisch rond bovenstaande stappen gewerkt? Schrijf het leerjaar achter de titels.

5.4 Gelijkwaardigheid tussen de verschillende rationale getallen

Het is belangrijk dat je voldoende aandacht besteedt aan de gelijkwaardigheid tussen procenten, breuken en kommagetallen. Zo stimuleer je bij leerlingen het inzicht dat deze drie verschijningsvormen geen losstaande getallen zijn en leer je hen om in bewerkingen rationale getallen om te zetten naar die vorm die het meest flexibel rekent, bv.:

: 100

breuk	kommagetal	percent
3/4	0,75	75%

teller : noemer   x 100

De volgende relaties dienen parate kennis te worden bij leerlingen in de derde graad en worden best gevisualiseerd (eventueel zonder de 2e kolom) door middel van een wandplaat die langdurig in de klas blijft hangen

Breuk	decimale breuk	kommagetal	percent
1	100/100	1	100%
2	200/100	2	200%
½	50/100	0,5	50%
1/3	/	0,33…	33,33…%
¼	25/100	0,25	25%
¾	75/100	0,75	75%
1/5	20/100	0,2	20%
1/8	125/1000	0,125	12,5%
1/10	10/100	0,1	10%
1/20	5/100	0,05	5%
1/50	2/100	0,02	2%
1/100	idem	0,01	1%

6 Hoofdrekenen

Hoofdrekenen wordt meer en meer benadrukt in de recente ontwikkelingen van het reken/wiskundeonderwijs. Hier zijn allerlei redenen voor:

- Hoofdrekenen is maatschappelijk heel belangrijk.
- Hoofdrekenen helpt bij het maken van een vlugge schatting.
- Hoofdrekenen bevordert de kritische houding ten aanzien van getalsmatige informatie.
- Hoofdrekenen heeft een belangrijke vormende waarde:
    - Het leert een verantwoorde keuze te maken bij het kiezen van een oplossingsmethode. Het probleemoplossend, flexibele denkvermogen wordt geactiveerd en gestimuleerd.
    - Het afwegen tegenover elkaar van mogelijke oplossingswijzen kan bij de leerlingen de attitude tot stand brengen zich eerst te bezinnen alvorens te beginnen.
    - Het individuele denken wordt gestimuleerd. De leerling moet steeds bedacht zijn op het vinden van kortere en betere oplossingsmethodes.

- Het biedt een enorme hulp bij het cijferen.

- Bij het werken met contexten speelt het hoofdrekenen een zeer belangrijke rol. Bij het opsporen van een mogelijke oplossingsweg is het zeer handig al hoofdrekenend bij benadering de gevolgen van een gekozen weg te onderzoeken.

Hoofdrekenen is niet louter sommen spontaan uit het hoofd rekenen. Het valt beter te typeren als een vorm van rekenen, waarbij de leerling flexibel gebruik maakt van:

- bijzonderheden van getallen
- eigenschappen van bewerkingen
- relaties tussen getallen
- relaties tussen bewerkingen

De basis voor hoofdrekenen wordt gelegd in het getallengebied tot 100, waarin geen plaats is voor cijferen.

Opdracht:
Raadpleeg je leerplannen. In welke leerjaren wordt deze basis gelegd? Wanneer komt het cijferen dan wel aan bod?

6.1 Voorwaarden

Hoofdrekenen is enkel mogelijk wanneer aan bepaalde voorwaarden voldaan wordt:

6.1.1 Voorwaarden naar de rekenaar toe

Een goed getalbegrip beheersen
Dit houdt in dat de rekenaar:

- inzicht heeft in de getalopbouw
- de structuur van de getallenrij kent
  - de rekenaar moet de structuur van de telrij goed kunnen doorzien en zich gemakkelijk mentaal over die telrij kunnen verplaatsen, daarbij steunend op de getallenlijn
  - Inzicht hebben in het positiesysteem
  - in hogere leerjaren houdt dit in dat de rekenaar o.a. weet dat:

    5 % = 5/100 = 0,05
    20 % = 20/100 = 1/5 = 0,20
    1/2 = 5/10 = 50/100 = 0,5
- betekenis kan geven aan het getal en aan de bewerkingen hiermee.

Elementaire vaardigheden bezitten
Meer bepaald:

- het tellen
- het automatiseren van optellen en aftrekken tot 20
- het kunnen optellen en aftrekken over het tiental heen
- het kunnen optellen en aftrekken met zuivere tientallen, honderdtallen, duizendtallen ... (afhankelijk van de leeftijdsgroep)
- het automatiseren van de tafels (vermenigvuldigingen en delingen)
- het rekenen tot 100
- het kunnen vermenigvuldigen van bv. 30 x 60 als een afleiding van de tafelproducten

- in hogere leerjaren: het kunnen werken met kommagetallen, procenten en breuken in eenvoudige situaties, volgorde van bewerkingen beheersen (zie WW. p. 58).

6.1.2 Voorwaarden naar het hoofdrekenonderwijs toe

Gebaseerd op bovenstaande voorwaarden kan een programma 'flexibel hoofdrekenen' uitgewerkt worden. Ook hierin onderscheiden we enkele belangrijke condities:

- Het hele schoolteam hanteert dezelfde visie in verband met hoofdrekendidactiek.
- Het moet inzichtelijk worden onderbouwd: bewust gebruik maken van bijzonderheden van getallen, eigenschappen van bewerkingen, relaties tussen getallen en bewerkingen.
- De leerlingen worden begeleid in de richting van een gevarieerd en flexibel rekenen. Interactief werken is hierbij de aangewezen weg. De leerlingen ontdekken een brede waaier van oplossingsmogelijkheden. Passend gebruik van schema's en modellen bevordert eveneens de flexibiliteit. De verschillende gevolgde werkwijzen worden met de leerlingen besproken en vergeleken, zodat elke leerling voor zichzelf de meest efficiënte werkwijze kan kiezen. De gekozen werkwijze kan verschillend zijn voor elke leerling.
- De leerlingen worden aangezet via hoofdrekenen de oplossing van hun rekenproblemen vooraf bij benadering te schatten en achteraf te verifiëren.
- De werksituaties moeten kort en uitnodigend (motiverend) zijn.
- Het hoofdrekenen wordt voortdurend gekoppeld aan praktische situaties uit de ervarings- en belevingswereld van de lerenden. Het aanbieden van problemen in herkenbare en realistische contexten maakt deze problemen toegankelijk voor de leerlingen en ondersteunt de keuze van efficiëntere oplossingsmogelijkheden.

6.2 Vormen van hoofdrekenen

Bij hoofdrekenen wordt vaak een onderscheid gemaakt tussen het precieze hoofdrekenen en het schattend rekenen.

6.2.1 Het precieze hoofdrekenen

Met deze vorm van hoofdrekenen wordt een compleet foutloos resultaat nagestreefd. Afhankelijk van de gebruikte getallen wordt een beroep gedaan op deze vorm van hoofdrekenen, cijferen of de ZRM[15].

Het precieze hoofdrekenen kan gestandaardiseerd aangepakt worden of gevarieerd (flexibel):

- **Gestandaardiseerd hoofdrekenen**

We spreken van gestandaardiseerd hoofdrekenen als rekenaars bewerkingen van een bepaald type steeds op een bepaalde manier (leren) oplossen. Ook het cijferen valt hieronder, maar dit belichten we apart.

Raadpleeg voor dit hoofdstuk WW. p. 63 – 66.

[15] ZRM: frequent gehanteerde afkorting voor zakrekenmachine.

- **Gevarieerd en flexibel hoofdrekenen**

Hierbij gaat het niet om een vaste oplossingswijze. Verschillende methodes zijn mogelijk, afhankelijk van de structuur van de getallen, hun combinaties en hun bewerkingen.

Om flexibel te kunnen hoofdrekenen moet de rekenaar weten welke oplossingsweg in welke situatie de meest passende is. Afhankelijk van de situatie, de getallen, het eigen opgebouwd inzicht, het beheersen van allerlei mogelijke oplossingswegen en de eigen voorkeur wordt dan gekozen. Flexibel hoofdrekenen wordt vaak omschreven als **rekenvoordelen.**

Raadpleeg voor dit hoofdstuk WW. p. 66 – 74.

6.2.2 Het schattend rekenen

Als we schattend rekenen, berekenen we niet exact de uitkomst. We gokken ook niet. Aan de hand van steunpunten bepalen we ongeveer de uitkomst. Hierbij werken we met grotere gehelen, benaderingen, afrondingen, (on)nauwkeurigheden in toepassingssituaties of met kale bewerkingen, …
Het is een zinvolle rekenmethode als het gaat om het ruwweg bepalen van de uitkomst.

Soms is alleen maar schattend rekenen mogelijk omdat bv. de gegevens voor exacte berekening ontbreken. Hieronder een voorbeeld van een context waarin schatten aangewezen is:

De Antwerpse ring heeft delen met vier baanvakken.
Op zo'n stuk staat in de richting van Gent een file over een lengte van 3 km.
Schat het aantal voertuigen in deze file.

(Zo gezegd, zo gerekend, 2009)

Raadpleeg voor dit hoofdstuk WW. p. 90 - 93

6.3 Hoofdrekenen met breuken[16]

6.3.1 Vereenvoudigen en gelijknamig maken

Breuken kan je eenvoudig **vereenvoudigen** door de teller en de noemer te delen door hetzelfde getal. Wanneer je zowel teller als noemer deelt door de **grootste gemeenschappelijke deler** bekom je een onvereenvoudigbare breuk.

$\frac{120}{144}$ *g.g.d. (120, 144) = 24* $\frac{120}{144} = \frac{5}{6}$ (: 24)

[16] *Bron:* Van Hijfte, J., & Vermeersch, N. (2010). Rekenen met breuken. In Van Hijfte, J., & Vermeersch, N., *De basis: wiskunde voor de lagere school* (p. 51-55). Leuven: Acco.

Breuken **gelijknamig** maken doe je door alle tellers en noemers te vermenigvuldigen (of te delen) door een (vaak verschillend) getal, zodat de noemers gelijk worden.
Een handig hulpmiddel hierbij is gebruik te maken van het **kleinste gemeenschappelijk veelvoud**. Deze illustreert meteen een gemeenschappelijke noemer.

Bv.: We maken 7/8 en 3/12 gelijknamig. Het k.g.v. van 8 en 12 is 24.

$$\frac{7}{8} \underset{\times 3}{\overset{\times 3}{=}} \frac{21}{24} \qquad \frac{3}{12} \underset{\times 2}{\overset{\times 2}{=}} \frac{6}{24}$$

6.3.2 Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen & delen

Het **gelijknamig** maken van breuken passen we voornamelijk toe wanneer we deze ordenen, of om breuken met een verschillende noemer te kunnen optellen of aftrekken.

Bv.: $\frac{35}{60} + \frac{12}{64} - \frac{33}{99} =$

Een breuk kan je **vermenigvuldigen** met een natuurlijk getal door de teller te vermenigvuldigen met het getal. Een alternatieve werkwijze bij het vermenigvuldigen is dat je de noemer deelt door het getal en de teller behoudt. Deze laatste werkwijze is wel enkel mogelijk als de noemer deelbaar is door dat getal (deze werkwijze wordt ook niet in de basisschool gebruikt).
Wanneer je een breuk vermenigvuldigt met een andere breuk, dan doe je teller x teller en noemer x noemer.

Een breuk kan je **delen** door een natuurlijk getal (verschillend van nul), door de teller te delen door dat getal. Wanneer dit niet mogelijk is, dan vermenigvuldig je de noemer met dat getal.
Om een natuurlijk getal te delen door een breuk vermenigvuldig je dat getal met het omgekeerde van de breuk. Dezelfde werkwijze geldt wanneer je twee breuken door elkaar deelt. Je draait in dit laatste geval dan wel de tweede breuk om.

Vermenigvuldiging: $5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$

Vermenigvuldiging: $\frac{5}{8} \times 4 = \frac{5}{2}$ *(deze werkwijze is niet altijd mogelijk)*

Vermenigvuldiging: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ *(uitkomst steeds vereenvoudigen)*

Deling: $\frac{12}{5} : 4 = \frac{12 : 4}{5} = \frac{3}{5}$ *(teller is deelbaar)*

Deling: $\frac{7}{3} : 2 = \frac{7}{3 \times 2} = \frac{7}{6}$ *(teller is niet deelbaar)*

Deling: $6 : \frac{3}{4} = 6 \times \frac{4}{3} = \frac{24}{3} = 8$ *(vereenvoudigen)*

$$\textbf{Deling:} \quad \frac{9}{4} : \frac{2}{3} = \frac{9}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{8}$$

Wanneer je meerdere breuken met elkaar moet vermenigvuldigen, dan kan je de vermenigvuldiging noteren als één grote breuk. Je vereenvoudigt dan elke teller en noemer zoveel mogelijk en vermenigvuldigt vervolgens alle tellers met elkaar en alle noemers. Achteraf bereken je het product van de factoren.

Bv.:

$$\frac{24}{32} \times 8 \times \frac{16}{49} \times \frac{7}{6} = \frac{\cancelto{4}{24} \times \cancelto{1}{8} \times \cancelto{4}{16} \times \cancelto{1}{7}}{\cancelto{1}{\cancelto{4}{32}} \times \cancel{1} \times \cancelto{7}{49} \times \cancelto{1}{6}} = \frac{4 \times 4}{7} = \frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}$$

6.3.3 Een breuk nemen van een getal

In hoofdstuk 5 las je al dat een breuk nemen van een getal hetzelfde inhoudt als de breuk vermenigvuldigen met dat getal. Deze werkwijze geldt ook wanneer je een breuk van een breuk neemt. We illustreren de werkwijze in volgend voorbeeld:

$$\frac{2}{5} \text{ van } 25 = \frac{2}{5} \times 25 = \frac{2 \times \cancelto{5}{25}}{\cancelto{1}{5}} = 10$$

$$\frac{1}{5} \text{ van } \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$$

Je kan oefeningen van de eerste soort ook oplossen door het getal te delen door de noemer en vervolgens te vermenigvuldigen met de teller.
2/5 betekent immers ‘twee van de vijf gelijke delen van het geheel’. De teller vertelt je hier hoeveel delen je moet nemen. De noemer vertelt uit hoeveel gelijke delen het geheel bestaat.
De eerste oefening van hierboven kunnen we dan ook als volgt oplossen.

$\frac{2}{5}$ van 25 =

$\frac{2}{5}$ van 25 = (25 : 5) x 2 — *We verdelen 25 eerst in vijf gelijke delen.*

= 5 x 2 — *Vervolgens nemen we twee van de vijf gelijke delen*

= 10

7 Tafels van vermenigvuldiging

7.1 Belang van het automatiseren van de tafels

Het kennen van de tafels is een echte basisvaardigheid: de tafels onvoldoende beheersen is een belangrijke bron van fouten bij vermenigvuldigen en delen, zowel bij cijferen als bij hoofdrekenen.
Tafelkennis is ook heel belangrijk bij het 'dagelijkse' rekenen. In de realiteit worden kinderen en volwassenen zeer dikwijls geconfronteerd met de tafels en 'herhaalde telstructuren': 6 stukken van 2 euro zijn samen 12 euro.

Het kennen van de tafels is dus een vaardigheid die rechtstreeks verband houdt met integratie in de maatschappij.

In de traditionele rekendidactiek werd elke tafel in zijn geheel aangeboden en werd er zeer snel overgegaan naar het snel en foutloos opdreunen van de tafelproducten. Had een kind problemen bij het vinden van het product 8 x 7, dan diende het eerst de tafel van zeven op te zeggen tot het bij het te zoeken product belandde.

De vernieuwde rekendidactiek tracht in te spelen op de verschillende oplossingsstrategieën die kinderen kunnen hanteren bij het oplossen van maal- en deelsommen. Deze rekendidactiek stuurt niet uitsluitend en direct aan op de reproductie van tafelkennis, maar probeert dit mede door een proces van kennisopbouw via vaardig rekenen te realiseren. Kennis van de tafels is hier het resultaat van een proces van steeds verdergaande verkorting van handig rekenen, met als laatste stap het volledig inprenten.
Die verkorting geschiedt onder meer door het efficiënt gebruiken van eigenschappen en strategieën, het benutten van reeds gekende tafelproducten, het uitbuiten van bepaalde structuren in het getalsysteem en ... het gericht oefenen. Memoriseren wordt zo het resultaat van een gefaseerd leerproces.

7.2 Fasen voor het automatiseren van de tafels

We onderscheiden vier fasen, die elk als een apart onderdeel van het volledige leerproces kunnen worden beschouwd.

7.2.1 Introductiefase

In deze fase vindt begripsvorming van de bewerkingen plaats. De belangrijkste aspecten van de operaties komen aan bod. De begrippen 'keer' en 'maal' dienen aangebracht en vastgezet te worden, alsook de begrippen 'vermenigvuldigen met' en 'delen door'.

In deze fase moet ook reeds het inzicht groeien dat de vermenigvuldiging en de deling omgekeerde bewerkingen zijn, de vermenigvuldiging en de deling moeten m.a.w. aan elkaar worden gekoppeld. In latere stadia moet men immers kunnen terugvallen op de vermenigvuldiging bij de deling. Aan elke vermenigvuldiging (bv. 3 x 5 = 15; 3 keer 5) kunnen twee delingen worden gekoppeld; namelijk:

- **de verdelingsdeling** waarbij gevraagd wordt naar de grootte van de gelijke delen (bv.15 : 3 = → verdeel 15 in 3 gelijke delen). De verdelingsdeling zal normaliter eerst aan bod komen omdat men hierbij kan uitgaan van het intuïtieve begrip 'eerlijk verdelen' dat ook jonge kinderen reeds bezitten;

- **de verhoudingsdeling** waarbij gevraagd wordt naar het aantal delen (bv. 15 : 5= → hoeveel keer gaat 5 in 15?). De verhoudingsdeling kan worden beschouwd als een vorm van verkort aftrekken.

Beide operaties (verdelen in gelijke delen en verkort aftrekken) monden uiteindelijk uit in de deling. Toch veronderstellen ze andere contexten. Alhoewel sommige methodes ervoor opteren om slechts één deling (ofwel verdelingsdeling ofwel verhoudingsdeling) te koppelen aan de vermenigvuldiging, vinden wij het belangrijk om beide vormen aan bod te laten komen vanuit verschillende contexten om een brede begripsvorming (-vulling) te realiseren.

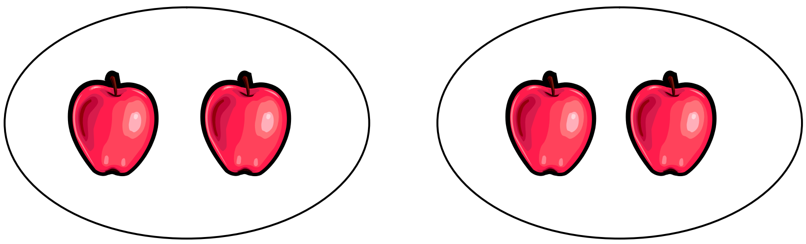
Het inzicht in de operaties 'vermenigvuldigen' en 'delen' is fundamenteel om de tafels te leren. Dit alles dient aangebracht te worden in zinvolle situaties, zinvolle contexten. bv.

- klaswinkel: 1 doosje kost € 2. Hoeveel kosten 3 doosjes?
  2 rijen van 5 conservenblikken. Hoeveel blikken?
  …
- opdrachten: ... keer in de handen klappen, ...
  4 keer 5 blokjes leggen
  bv. verhoudingsdeling: haal telkens 3 blokjes weg, hoeveel keer kan je er wegnemen? ...

Belangrijk hierbij is het handelen en het verwoorden (van materiële handeling tot mentale handeling) en dat er steeds van concreet naar abstract wordt gewerkt.

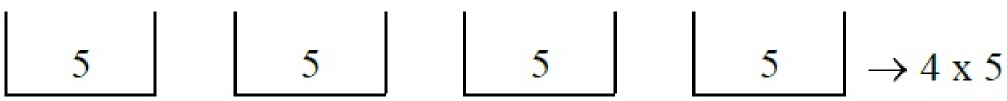
Het verwerven van inzicht gebeurt via allerlei modellen, die iets laten zien van de grond-structuur van problemen waarin een vermenigvuldiging/deling vervat ligt en maken bepaalde eigenschappen van de desbetreffende bewerking zichtbaar. Zodoende komen ze zowel het rekenen als het toepassen ten goede. De keuze van modellen is afhankelijk van de context. Voor het begrip van de vermenigvuldiging en de deling is het verkennen van een aantal verschillende modellen heel belangrijk. Hierdoor worden de eigenschappen van deze bewerkingen duidelijk en leren kinderen het verband zien tussen de vermenigvuldiging en de deling.

Groepjesmodel
De structuur van enerzijds een vermenigvuldiging als herhaalde optelling en anderzijds de deling als verkorte aftrekking (verhoudingsdeling) komt hiermee het duidelijkst tot uiting.

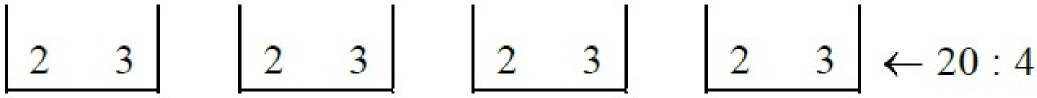


2 appels + 2 appels of 2 x 2 appels
4 appels → Hoeveel groepjes van 2 appels?

Dozenstructuur
De dozenstructuur wordt gebruikt om de leerlingen te dwingen groepsgewijs te tellen. In plaats van zichtbare hoeveelheden worden de leerlingen geconfronteerd met een schematische voorstelling van dozen, waarop genoteerd staat hoeveel erin zit.

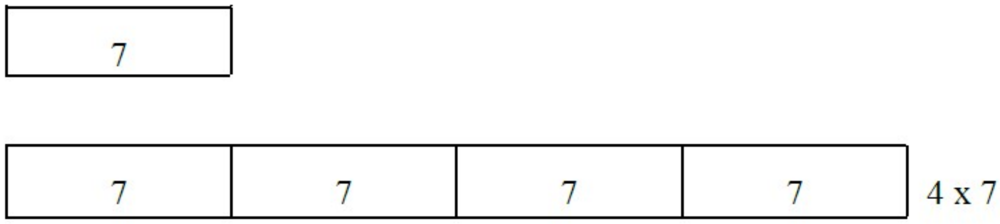


De dozenstructuur kan ook worden gebruikt om leerlingen 'eerlijk' te laten verdelen. Ze kunnen daarbij één voor één, maar ook groepsgewijs verdelen

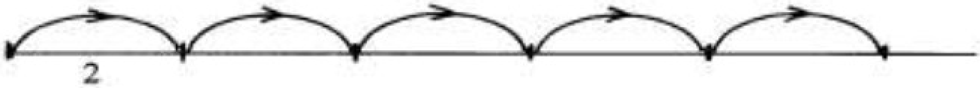


→ bv. groepsgewijs verdelen: eerst overal 2 en dan elk nog 3

Stroken
Hiermee komt het verhoudingsaspect van vermenigvuldigen in beeld. Het sprongsgewijs tellen kan hiermee worden geoefend.



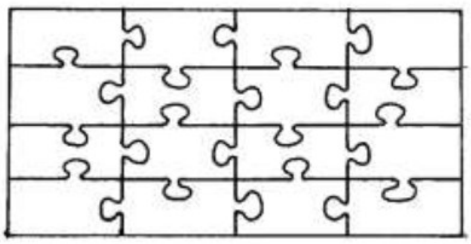
Getallenlijn
Het sprongkarakter van zoveel keer komt in beeld.
Ook hiermee kan het sprongsgewijs tellen handig worden geoefend.



- Elke sprong is 2 meter ver. Jan maakt 5 sprongen → 5 x 2 =
- Elke sprong is 2 meter ver. Jan komt terecht op 10 meter. → 10 : 2 =

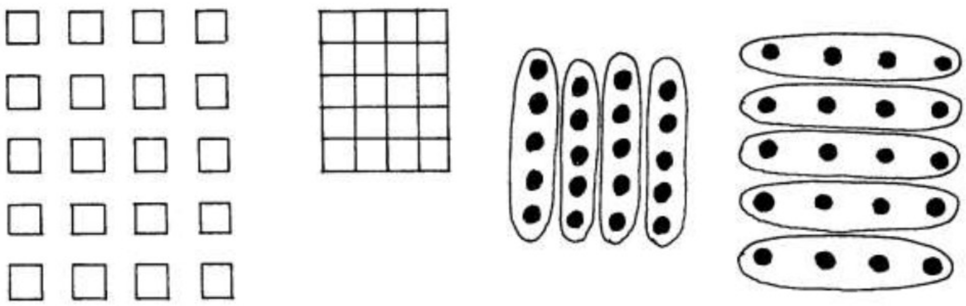
Rechthoek- of oppervlaktemodel
Het herhaald optellen geraakt wat op de achtergrond en het vermenigvuldigen krijgt nu een geheel eigen status. Een opgave als 4,2 m x 7,3 m i.v.m. oppervlakte weerspiegelt dit: deze opgave is nog maar moeilijk als herhaald optellen te interpreteren.

'Puzzelproblemen' dienen als introductie tot het rechthoek- of oppervlaktemodel.



4 rijen van 4 = 4 x 4

Dit model biedt later ook steun bij het introduceren van 'handige' telstrategieën.
bv. de 'verwisselregel' (commutativiteit) wordt hier direct geïllustreerd, dit is niet het geval met voorgaande modellen, ...



4 x 5 = 5 x 4

Als criterium voor de modelkeuze geldt de mate waarin een model de eigenschappen van vermenigvuldigen, die bij het leren van de tafels en het maken van de toepassingen ervan een sleutelrol vervullen, goed zichtbaar maken.

Verschillende aspecten van de vermenigvuldigings- en delingssituatie (de context, de formulering die bij de context past, de notatie, het uitrekenen) dienen samen in relatie met elkaar aangeboden te worden.
Contexten en situaties zijn belangrijk. We werken eerst concreet, dan schematisch, dan abstract.

Besteed ook aandacht aan de gradatie van informele formulering (in de taal van het kind: 9 keer 4, 4 maal 5, 3 groepjes van 6, ...) naar formele formulering (9 x 4, 4 x 5, 3 x 6, ...). Zo ook van eerlijk verdelen naar gedeeld door.

De tafels van vermenigvuldiging en de bijkomende deeltafels dienen met inzicht te worden aangeleerd.
Inzicht hebben betekent o.m. dat:

- de vermenigvuldiging wordt gezien als een verkorte optelling van gelijke getallen;
- de deling kan worden gezien als een verkorting van herhaald aftrekken;
- voor de juiste bewerking (vermenigvuldiging of deling) wordt gekozen om een probleem op te lossen;
- in het probleem een vermenigvuldigings- of delingsstructuur wordt herkend;
- de vermenigvuldiging of deling uit het probleem kan worden geïsoleerd;
- men ook eens de omgekeerde weg kan bewandelen: van de abstracte formulering tot een zinvolle context.
  Bv. 3 x 6 = 18 → vertel daar eens iets bij - schrijf er een kort verhaaltje bij;
- men vermenigvuldigingen kan koppelen aan corresponderende delingen en vice versa:
  3 x 6 = 18 <=> 18 : 3 = 6 (verdeel 18 in 3 gelijke delen = verdelingsdeling)
  <=> 18 : 6 = 3 (hoeveel keer gaat 6 in 18 = verhoudingsdeling).

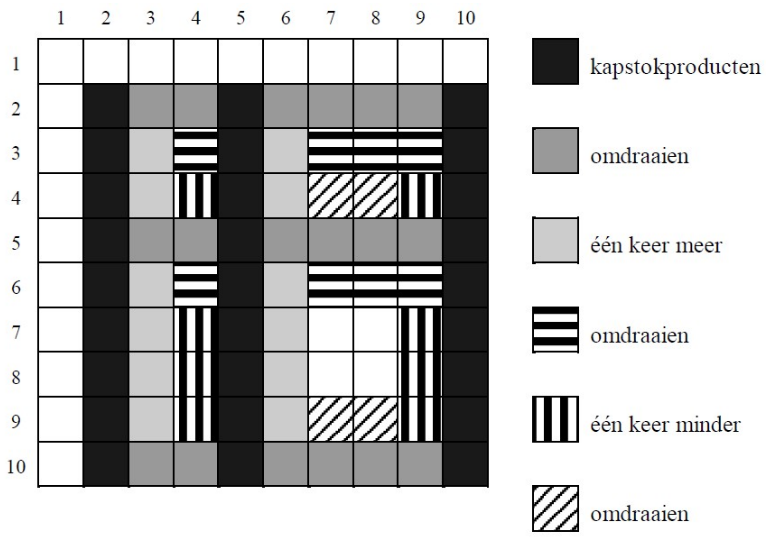
7.2.2 Reconstructiefase

Hoe bijvoorbeeld de tafel van 7 gereconstrueerd en gememoriseerd kan worden, wordt hieronder weergegeven.

1 x 7	een weetje
2 x 7	verdubbelen; wordt snel een weetje
3 x 7	via (2 x 7) + 7 - één maal meer
4 x 7	verdubbelen van 2 x 7
5 x 7	halveren van 10 x 7; de helft van 70
6 x 7	via (5 x 7) + 7 - één maal meer of verdubbelen van 3 x 7
7 x 7	gevarieerd, snel een weetje
8 x 7	(7 x 7) + 7 of verdubbelen van 4 x 7
9 x 7	(10 x 7) - 7 - één maal minder
10 x 7	door de verwisselregel toe te passen (7 keer 10 = 70) of als een weetje (nul achter de 7 zetten)

Uit de hier gegeven opsomming leiden we de belangrijkste onderwijsregel voor de tafels af: richt de leerlingen op de centrale steunpunten van tweemaal (verdubbelen), tienmaal en vijfmaal (halveren tienmaal). Via éénmaal meer en éénmaal minder is dan het grootste deel van de betreffende getaltafel te bestrijken.
Ook de **verwisselregel** (3 x 7 = 7 x 3) wordt doeltreffender naarmate de leerlingen meer tafelkennis bezitten. Door de verwisseleigenschap wordt elke tafel in feite steeds opengebroken, waardoor de leerlingen flarden van andere tafels van meet af aan mee memoriseren.

Voor kinderen die daar moeite mee hebben kunnen we het leerproces in een zestal stappen onderverdelen.



1) Aanleren van de kapstokproducten: deze producten zijn de basis voor het verdere leerproces. In de bijhorende tabel ziet u deze producten aangeduid:

2 x 1	10 x 1	5 x 1
2 x 2	10 x 2	5 x 2
2 x 3	10 x 3	5 x 3
…	…	…
2 x 10	10 x 10	5 x 10

2) Deze kapstokproducten worden vervolgens uitgebreid door de commutativiteit toe te passen: via 2 x 6 wordt nu ook 6 x 2 gevonden. Op de tabel ziet u hoe het aantal producten dat snel kan worden berekend, aangroeit.

3) In een derde stap leren de kinderen de strategie van 'één keer meer' toepassen. Daarmee kunnen ze de kapstokproducten uitbreiden: van 5 x 3 vinden ze nu ook 6 x 3 (6 x 3 = 15 + 3).

4) De producten die in de derde stap aan de tabel werden toegevoegd, kunnen ook weer omgedraaid worden. Weer krijgen we een uitbreiding van de 'uitrekenbare' producten.

5) Via de strategie van 'één keer minder' wordt een product als 4 x 4 berekend: vijf maal vier is twintig, vier eraf geeft zestien.

6) Nemen we van deze laatste producten ook het omgekeerde, dan blijkt dat vrijwel de volledige leerstof van de tafels tot 10 'berekend' kan worden via toepassing van slechts een drietal, nauw aan elkaar verbonden strategieën. Er blijven dan nog vier producten over, die waarschijnlijk 'ingedrild' zullen moeten worden tijdens de reproductiefase: 7 x 7; 7 x 8; 8 x 7 en 8 x 8.

7.2.3 Reproductiefase

In deze fase willen we drie doelen verwezenlijken:

1) Nog bestaande hiaten in het kennisbestand opvullen via gevarieerde oefenopdrachten.
2) Memoriseren van alle tafels. Uit de opgebouwde kapstokken en het gebruik van rekenstrategieën zal blijken dat er nog slechts weinig echte 'moeilijke' producten overblijven.
3) Differentiëren naar opdrachten toe: in remediëringskansen voorzien voor wie nog hiaten vertoont in zijn/haar kennisbestand.

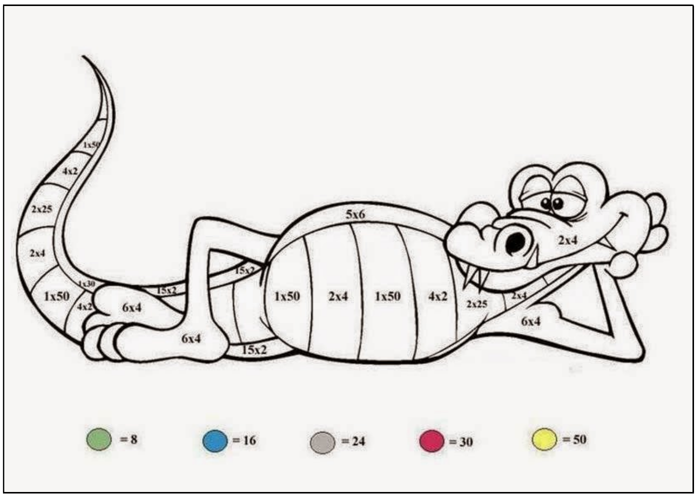
Aan te wenden middelen:

- **Oefenspelen:** varianten van bingo, domino, kwartet e.d. om snelheid, handigheid en kennis te oefenen.
- **Gevarieerde oefenopdrachten:** het maken van tafelproducten wordt verbonden met een bepaalde opdracht waarin zelfcontrole besloten ligt, bv. het verbinden van punten, zodat een mooie tekening ontstaat, het kleuren van gebieden, het ontcijferen van geheimschriften, het doorlopen van doolhoven, ...
- Het type opdrachten dat vraagt in welke tafels een bepaald getal, bv. 24, voorkomt. Bij deze type taken kunnen eigenschappen van de producten uit de verschillende tafels ontdekt worden, bv.:
    - een oneven product komt uit een 'oneven' tafel, maar als het product even is, zegt dat over de herkomst uit een even of oneven tafel nog niets.
    - een product dat op een nul eindigt moet uit de tafel van tien of vijf komen: eindigt het op vijf, dan kan het uit de tafel van vijf of uit een andere oneven tafel komen. ...

  De verwisseleigenschap (commutativiteit) van de vermenigvuldiging gaat door dit type opgave echt leven voor het kind.

- Tafeldictee of andere vormen van mondelinge lesjes stimuleren het memoriseren.

- De computer of tablet biedt ook zeer verrijkende mogelijkheden: tafels oefenen al dan niet in spelvorm, met remediëringskansen, ... Het aanbod aan bruikbare software en apps hiervoor is ondertussen al bijna eindeloos.



Speels werkblad dat binnen contractwerk aangeboden wordt om de tafels te automatiseren.

7.2.4 Fase van consolidatie en uitbreiding

Het maken van toepassingen gebeurt in alle fasen. In de fase van uitbreiding gaat het echter speciaal om toepassingen die al wat buiten het besloten terrein van de tien tafels[17] liggen en in de richting van het hoofdrekenen en het cijferen gaan. De toepassingen krijgen gestalte in allerlei contexten. Eventueel kan er gebruikgemaakt worden van de modellen.

Ook in de hogere leerjaren moet geregeld aandacht besteed worden aan consolidatie en uitbreiding. Dit kan bv. door contexten aan te bieden waarbij de oplossing van het probleem een decimaal getal is; bv.

Een wandelroute van 26 kilometer wordt in één dag in 4 gelijke etappes afgelegd. Hoe lang is ieder stuk? (6,5).

Opdracht:
Misschien ben je op je stageschool al in contact gekomen met leuke, creatieve en efficiënte toepassingen om de tafels aan te leren. Schrijf ze hier neer.

8 Cijferalgoritmen

In het leven gebruiken we vaak 'algoritmen' om problemen op te lossen. Een algoritme is een oplossingsmethode die uit een vaste rij elementaire handelingen bestaat. Wanneer ik deze handelingen in de goede volgorde uitvoer dan 'leidt' het algoritme me tot een zekere

[17] De eerste tien maal- en deeltafels vormen de basis voor de rest van de vermenigvuldigingen en delingen.

oplossing van het probleem. Je vindt algoritmen in een kookboek, een knutselboek, handleidingen van Ikea, ...
Mensen maken graag gebruik van algoritmen. Ze geven zekerheid. Wanneer je ze veel gebruikt 'moet je zelfs niet meer nadenken' over de te zetten stappen.

D.m.v. te cijferen leren we kinderen werken met algoritmen. Kenmerkend bij het gebruik van deze algoritmen is dat hoofdzakelijk gewerkt wordt met de losse cijfers van het getal. Vandaar ook de naam 'cijferen'.

Er mag niet te vroeg gestart worden met cijferen. Het aanleren van technieken is immers niet het eerste en enige doel van het rekenonderwijs. Vooraleer het leerproces van de cijferalgoritmen kan worden aangevat, moet de leerling een aantal basisvaardigheden verworven hebben:

- Hij moet inzicht hebben in de context waarin de cijferprocedure kan worden toegepast (wanneer optellen, delen, ... ?).
- De leerling moet, afhankelijk van de procedure, voldoende inzicht hebben in het getalsysteem (positiewaarde, wisselprincipe, functie van de nul).
- Tenslotte moet de leerling de verschillende deelstappen van het algoritme op vrijwel automatisch niveau kunnen uitvoeren (schattend rekenen, werken met 'nullen', tafels, ...). Getallen met een nul behoren immers tot de realiteit en kunnen dan ook het vertrekpunt zijn. Je koopt in een supermarkt toch niet enkel de producten die geen nul in hun prijs hebben!

8.1 Cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen

Hoe los je volgende bewerkingen al cijferend op: 1,79 + 5,087 + 12,4 =
5023 – 1235 =
4 x 16,84 =
548,14 : 1,6 =

Raadpleeg hiervoor eerst de theorie in WW. p. 74 – 82

8.2 Didactische aanpak cijferen.

Traditioneel start het cijferen in het derde leerjaar met optellen en aftrekken. In hetzelfde leerjaar wordt ook het cijferend vermenigvuldigen en delen aangeboden (maar dan wel nog met een vermenigvuldiger en deler bestaande uit één cijfer).

Het cijferen doorloopt steeds dezelfde handelswijze.

- De oefening leggen met MAB-materiaal
- De oefening noteren in de positietabel
- De oefening noteren in een ruitjespatroon en deze zelf schikken
- De oefening zonder enige perceptuele ondersteuning schikken en uitrekenen

Zowel bij het optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen wordt er eerst gestart zonder brug (+), zonder lenen (-), zonder onthouden (x) en zonder restwaarde (:). Bijvoorbeeld:

	D	H	T	E
		7	1	5
+		1	8	2
		8	9	7

	D	H	T	E
		4	2	3
x				2
		8	4	6

8.2.1 Leerlijn cijferen in de basisschool

De cijfertechniek wordt van het 3e t.e.m. het 6e leerjaar opgebouwd aan de hand van volgende leerlijn:

- Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen & delen (zonder brug, lenen, onthouden & rest)
- Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen & delen (met 0 in bewerking)
- Optellen, aftrekken, vermenigvuldigen & delen (met brug, lenen, onthouden & rest) + uitbreiding van cijfers in 2e term, factor of deler
- Optellen en aftrekken van kommagetallen
- Uitkomst schatten vooraf aan cijferoefening (+ plaats komma)
- Vermenigvuldigen en delen met kommagetallen (in 1e factor)
- Vermenigvuldigen en delen met kommagetallen (in 2e factor)
- Cijferoefening zelfstandig ordenen
- Controle uitvoeren na cijferen (neem hiervoor WW. p. 86 – 89 zeker door!)
- Ontbrekende termen in cijferoefening zoeken
- Cijferoefeningen flexibel toepassen in allerhande contexten

Opdracht:
In bijlage vind je enkele voorbeelden van cijferoefeningen. Rangschik deze van eenvoudig naar complex volgens bovenstaande leerlijn.

Neem ook nog de didactische tips rond cijferen door in WW p. 82 – 86.

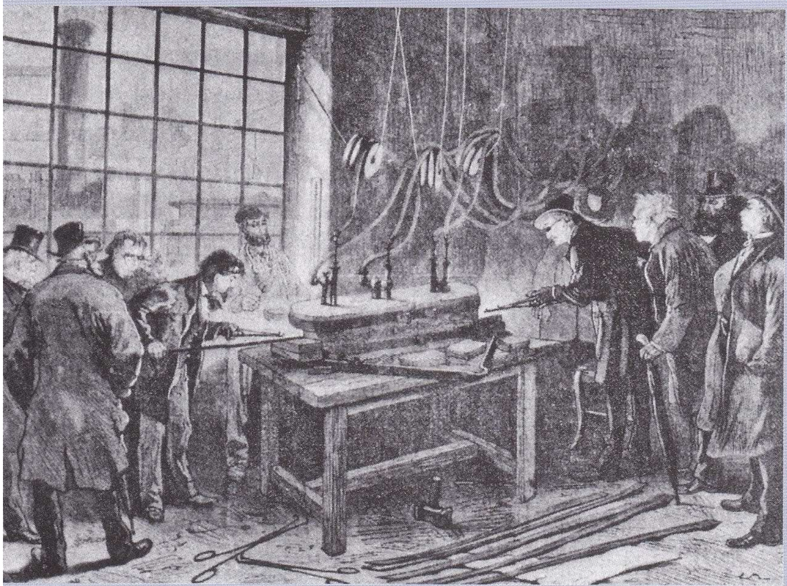
8.3 Besluit

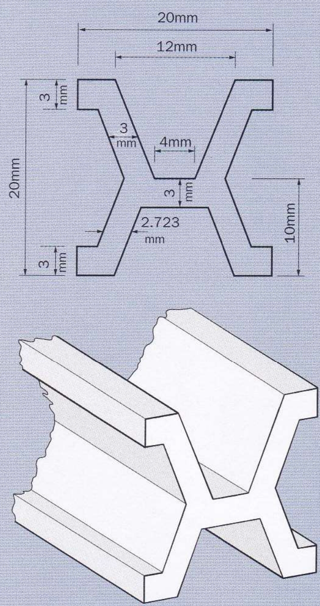
Het blijft enorm belangrijk dat de leerlingen, vooraleer ze aan het rekenen slaan, zich afvragen of het in de gegeven situatie aangewezen is van exact of bij benadering uit te rekenen. Vereist de situatie een exact resultaat, dan moet een procedure gekozen worden: hoofdrekenen, cijferen of gebruik van de ZRM.
Wordt gekozen voor cijferen, dan wordt de procedure uitgevoerd op niveau van verkorting en abstractie waar de leerling aan toe is (bv. met of zonder materialen, met of zonder positiekaart, met veel of weinig tussenresultaten). Er wordt bij de leerlingen een gerichtheid ontwikkeld om het resultaat van elke cijferoefening te controleren door: een proef, uitrekenen op de ZRM, vergelijken met schatting, …

Deel 3: Meten

1 Inleiding

Invoer van het metrieke stelsel





Linksboven: **Het maken van de nieuwe meter. Op deze gravure ui 1874 doen geleerden in het atelier van het Conservatoire Nationale des Arts et Métiers in Parijs een poging de nieuwe meterstaaf te maken. Op de tekening** hierboven **het uiteinde en de doorsnee van de uiteindelijke internationale meterstaaf van platina en iridium.**

Ruim anderhalve eeuw, van de Franse Revolutie tot de invoer van het Système International (SI) in 1960, werd de meter bepaald door de lengte van een metalen staaf in een kluis van het Internationaal Bureau voor Maten en Gewichten te Sèvres bij Parijs, waarvan kopieën waren uitgedeeld aan nationale standaardinstituten in andere landen. In 1889 werd een nieuw prototype staaf gemaakt van een legering van platina en iridium. Deze had een x–vormige doorsnede, bedoeld om trek en vervorming zoveel mogelijk te beperken, als hij op de juiste manier werd gesteund. Op de gepolijste zijden stonden aan weerskanten fijne horizontale rasters, aangebracht voor visuele instellingen per micrometer, en dikkere verticale lijnen om de uitzetting van het metaal in het temperatuurbereik van 0-20 °C te volgen. De standaardlengte werd altijd bij 0 °C gemeten.

Het nadeel van zo'n staaf was duidelijk en in de eerste helft van de 20e eeuw probeerden geleerden successievelijk technieken te vinden om de lengte van de meter opnieuw te bepalen, in termen van golflengten van licht – een onveranderlijke standaard die met de juiste instrumenten in elk laboratorium kon worden gemeten. In 1960 werd de meter geherdefinieerd als een spectrumlijn van krypton. Vervolgens werd in 1983 de huidige definitie aangenomen, gebaseerd op de snelheid van het licht: de meter is nu de lengte van het door het licht in vacuüm afgelegde traject in een tijd van 1/299.792.458 seconde. Uit onderstaande tabel blijkt hoe de metrologische precisie van de meter is verbeterd:

Datum	Basis van meterbepaling	Nauwkeurigheid
1791	Kwart aardemeridiaan	±0,06 mm
1889	Prototype staaf	±0,002 mm
1960	Krypton golflengte	±0,000 007 mm
1983	Snelheid van licht	±0,000 000 7 mm
Thans	Idem, met verbeterde laser	±0,000 000 02 mm

Bron: Robinsosn, A. (2008). *De kunst van het meten.* 's Graveland: Fontaine uitgevers.

2 SI-stelsel of het metrieke stelsel

Het Système international d'unités (SI-stelsel) is ontwikkeld om internationaal gemakkelijk gegevens i.v.m. meten op eenvoudige wijze te kunnen uitwisselen. Het stelsel is de wettelijke standaard in de Europese Unie. Alle eigenschappen en maten van producten die op de markt gebracht worden, moeten in dit stelsel uitgedrukt worden. Uitzondering hierop vormt het Verenigd Koninkrijk, waarbij de maten voor massa en lengte nog volgens het imperiaal stelsel uitgedrukt mogen worden.

Het SI-stelsel bestaat uit zeven basiseenheden:

- lengte: meter (m)
- massa: kilogram (kg)
- tijd: seconde (s)
- stroom: ampère (A)
- temperatuur: kelvin (K)
- hoeveelheid stof: mol (mol)
- lichtsterkte: candela (cd)

Alle andere SI-eenheden zijn afgeleide eenheden en kunnen worden uitgedrukt in termen van deze basiseenheden. Bv. vierkante meter (m^2) voor oppervlakte, …

Een aantal landen waaronder het Verenigd Koninkrijk en de Verenigde Staten maken gebruik van imperiale eenheden, die niet tot het SI-stelsel behoren, zoals pound (massa), inch, foot, yard en mile (lengte & afstand). (zie hiervoor p. 58)
Daarnaast zijn er ook nog andere eenheden die wel zijn goedgekeurd om samen met het SI-stelsel te gebruiken. Voorbeelden hiervan zijn:

- liter (inhoud)
- uren en minuten (tijd)
- Celsius (temperatuur)

Hieronder zie je een overzicht van alle grootheden die in de basisschool gehanteerd worden, met vermelding van de basiseenheid, het gebruikte symbool en de verschillende tussenmaten die aan bod komen.

Grootheid	**Eenheid**	**Symb (≠ Afk.)**	**Tussenmaten**
Omtrek (lengte, breedte, hoogte)	meter	m	km, (hm), (dam), dm, cm, mm
Oppervlakte	vierkante meter	m^2	km^2, (hm^2), (dam^2), dm^2, cm^2, mm^2 a, ca, ha
Volume	kubieke meter	m^3	dm^3, cm^3
Inhoud	liter	l	(hl), (dal), dl, cl, ml
Gewicht (massa)	kilogram	kg	g, ton
Tijd	seconde	s of ″ (sec.)	h (u.) min of ′ (min.)

Snelheid		m/s	km/u
Temperatuur	Graad Celsius	°C	
Hoek	graad	°	
Geld	Euro Frank	EUR , € BEF	cent

3 De evolutie van het meten

Voor de invoering van het SI-stelsel had het meten doorheen de eeuwen al heel wat evoluties ondergaan. Zo hanteerden de oude beschavingen van de Egyptenaren, de Grieken en de Romeinen hun eigen lichaam als maat bij het meten. Bij de Egyptenaren was de belangrijkste maat de 'voorarm'. Ook de palm en de vinger zijn Oudegyptische maateenheden. Voor de Grieken was 'de voet' de belangrijkste maat. Ze gebruikten die bij het uitzetten van het parcours voor het hardlopen. De Romeinen kenden de 'pas', dat is de lengte van een dubbele stap. Duizend passen zijn een 'milia en dat werd later de 'mijl'.

Door de toenemende ruilhandel en het belastingstelsel had de mensheid behoefte aan eenheden om preciezer af te meten en vanaf de zeventiende eeuw kwamen de eerste pogingen om ze uniform te maken. In 1670 ontwierp Gabriël Mouton, een Franse priester uit Lyon, een systeem waarin hij alle maateenheden baseerde op een standaardlengte: de meter. Zo kwam hij als eerste tot het metrieke stelsel. Dit stelsel werd doorheen de eeuwen verder verfijnd, met de invoering van het SI-stelsel als gevolg.

De evolutie die het meten onderging vertoont heel wat gelijkenissen met hoe een kind zich ontwikkelt in het domein van het meten. Zo zal een peuter de hoeveelheid limonade in twee glazen vergelijken door zich te baseren op de 'lengte' van de vloeistof of de lengte van de tafel meten met materialen die hij voorhanden heeft, bv. een speelgoedauto: *'De tafel is 10 auto's lang'.*

Net zoals de mensheid zullen ook kinderen de nood ervaren om preciezer te meten en via de lagere school de stap zetten naar het metrieke stelsel en het meten met conventionele maateenheden.

4 Didactische opbouw binnen het domein meten

Bij het aanbieden en toepassen van grootheden in de basisschool worden steeds een aantal stappen doorlopen.

1. **Begripsvorming**
De grootheden die we willen meten worden verkend. De leerlingen ontdekken welke aspecten bij een grootheid wezenlijk zijn en welke niet (bv. de 'zwaarte' van een steen). De grootheden worden dus geclassificeerd op basis van hun eigenschappen. *Bv. een kleuter speelt met emmertjes zand en ontdekt dat er emmers zijn waar veel en weinig zand in kan (= inhoud) en dat emmers met zand zwaar of licht kunnen wegen (= gewicht).*

2. Globaal vergelijken/kwalitatief meten

Voorwerpen worden globaal met elkaar vergeleken en geordend. Hierbij worden begrippen zoals groter, kleiner, grootste, … gebruikt, alsook de specifieke terminologie eigen aan de grootheid (bv. zwaarder). *Bv.: een kleuter bouwt twee torens met blokken en vergelijkt op zicht welke de hoogste is.*

3. Meten met natuurlijke maateenheden

De grootheid wordt gemeten met een natuurlijke maat. Er wordt nagegaan hoeveel keer de natuurlijke maat in een te meten voorwerp gaat. Bv. *de klas is x voeten lang.*
In deze fase worden een aantal deelfasen doorlopen:

- Een voorwerp meten door de maateenheden (bv. voetjes) achter elkaar te leggen.
- Meten met één maateenheid, maar deze wordt telkens verlegd en het meetresultaat wordt tussentijds geturfd.
- Meten met wisselende maateenheden en het meetresultaat vergelijken met elkaar. Bv.: *de tafel is 4 en een halve boek breed, maar ook 9 potloden breed.*

Bij deze laatste deelstap ervaren kinderen dan dat er iets 'niet klopt' en zullen zij zichzelf gaan afvragen of er geen objectieve maateenheid bestaat waarmee zij kunnen meten. Dit is bovendien de ideale situatie om over te stappen naar de traditionele maateenheden meter, liter, kilogram, … Dit gebeurt meestal in het eerste leerjaar.

4. Meten met conventionele maateenheden

Kinderen komen tot het inzicht dat het meten met natuurlijke maten onnauwkeurig verloopt en ervaren de nood aan het meten met conventionele maten. Hierop wordt de standaardmaat voor de grootheid aangebracht. Deze moet wel gekoppeld worden aan gekende ervaringsmaten uit de omgeving van de kinderen.

In deze fase wordt aandacht geschonken aan volgende doelen:

- Meten betekent dat wanneer het gedeelte te klein is voor een bepaalde maat, het gemeten moet worden met een kleinere maat, bv.*: de meter is te lang om een bepaalde lengte te meten, deze wordt dan opgedeeld in 'cm'.*
- Leren meetinstrumenten te gebruiken aangepast aan de situatie
- De keuze van de eenheid is afhankelijk van de grootte van de grootheid
- Verwerven van meetattitudes: nauwkeurigheid, beginpunt correct leggen, …

5. Relaties

De leerlingen ontdekken relaties tussen de maten van eenzelfde systeem. Ze leren inzien dat wanneer eenzelfde grootheid gemeten wordt met verschillende maten, de maat en het maatgetal omgekeerd evenredig zijn.

6. Het berekenen van een grootheid

Elke grootheid kunnen we meten, maar sommige grootheden kunnen we ook met behulp van formules berekenen. De leerlingen verwerven volgende inzichten:

- Inzicht in het metrieke stelsel: er bestaan verschillende systemen, nl. lengtematen, gewichten, … Zo een systeem bestaat uit begrippen (maten) en relaties tussen deze begrippen. Eerst worden de begrippen afzonderlijk geëxploreerd. In de 3^{e} graad komt men dan tot een synthese.
- Uit samenstellende grootheden een nieuwe grootheid berekenen en omgekeerd:

- uit de afgelegde weg en tijd de snelheid kunnen berekenen.
- Uit de kaartafstand en de schaal de werkelijke afstand berekenen.

5 Conventionele maateenheden

5.1 Relaties tussen de maateenheden

De onderlinge verhoudingen tussen de maateenheden zijn, net als in ons getallenstelsel, gebaseerd op de decimale structuur. Het is noodzakelijk dat zowel je leerlingen als jijzelf de verhoudingen en relaties tussen de courante maateenheden in de lagere school kennen.

Lengte		km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Oppervlakte		km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²
(landmaten)			ha	a	ca			
Volume					m³	dm³	cm³	mm³
					kuub			
Inhoud					kl	hl - dal - l	dl - cl - ml	
							cc	
gewicht	1000 kg	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
	ton							

De verhoudingen tussen de maateenheden voor tijd zijn minder eenduidig. Toch is het belangrijk dat kinderen ook deze verhoudingen kennen om zinvolle herleidingen te kunnen maken.

1 eeuw =	100 jaar		
1 jaar =	365 of 366 dagen		
1 maand =	28, 29, 30 of 31 dagen		
1 week =	7 dagen		
1 dag =	24 uur		
1 uur =	60 minuten	=	3600 seconden
1 minuut =	60 seconden		

Voor geld kennen we slechts twee maateenheden: de euro en de eurocent.

5.2 Imperiale maateenheden

In veel Angelsaksische landen worden nog vaak andere maateenheden dan die binnen het SI-stelsel gehanteerd. Hieronder vind je een overzicht van de imperiale maateenheden die ook in L6 behandeld worden.

Lengte:

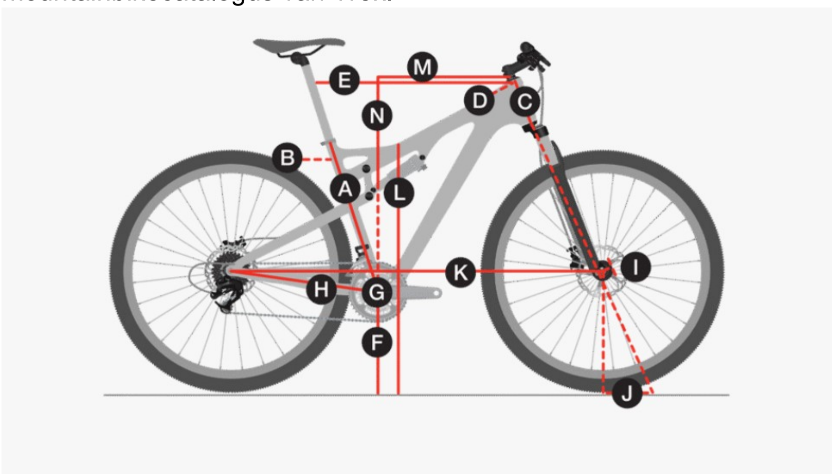
- 1 inch (in) = 2,54 cm
- 1 foot (ft) = 30,48 cm = …. inch
- 1 yard (yd) = 91,44 cm = …. feet
- 1 mile (mi) = 1609,34 m

Inhoud

- 1 gallon (Amerikaans) = 3,785 l
- 1 gallon (Engels) = 4,546 l → afkorting (gal)

Opdracht:

De maat van fietsen wordt standaard in de imperiale maateenheid ‘inch’ uitgedrukt. Hoewel een fietskader meerdere afmetingen telt, wordt de zadelbuis steeds als referentiepunt genomen voor de maat van een fiets. Hieronder zie je een afdruk van de mountainbikecatalogus van Trek.



Framemaat nummer	15.5 in	17.5 in	18.5 in	19.5 in	21.5 in

Vraag: Hoeveel bedraagt het verschil uitgedrukt in cm tussen de zadelbuis (A) van de kleinste en grootste fiets?

5.3 Herleidingen

Herleiden is het omzetten van de ene maateenheid in een andere maateenheid. Deze procedure is soms noodzakelijk om twee of meer gelijksoortige metingen met elkaar te vergelijken of om de grootte van de maatgetallen aan te passen.

Het herleiden is een essentiële wiskundige vaardigheid, die tijdens meetactiviteiten veelvuldig wordt toegepast en die steunt op volgende inzichten:

- het onderlinge verband tussen de grootte van de maateenheid en de grootte van het maatgetal.
- de onderlinge verhouding tussen (courante) conventionele maateenheden.
- positiestelsel en kommagetallen.

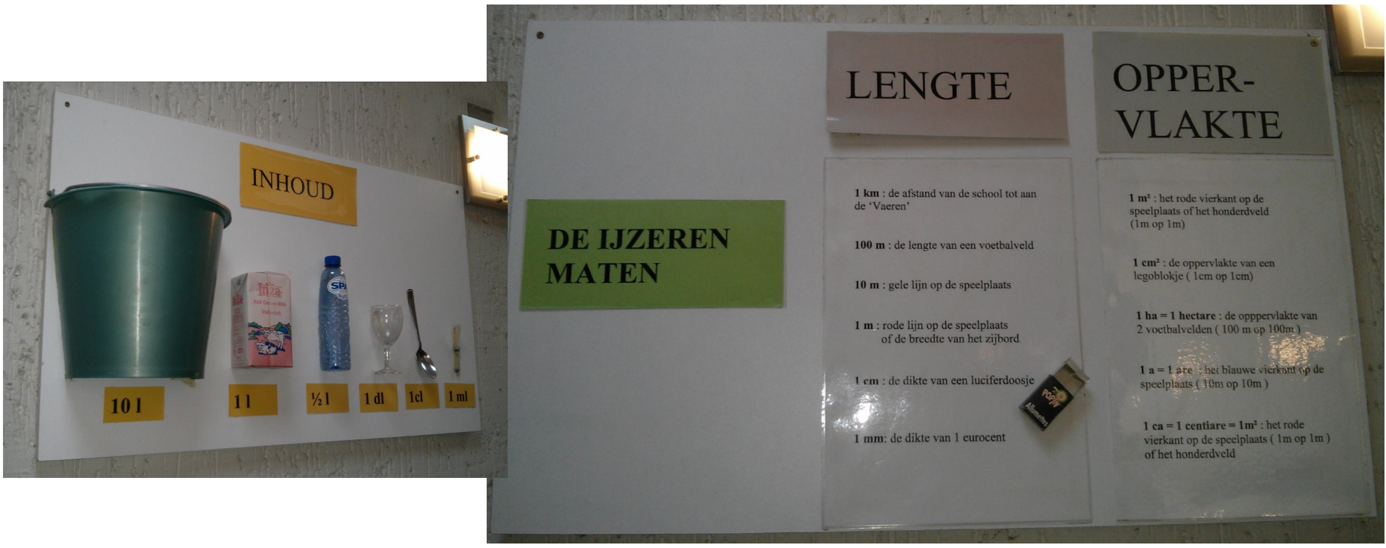
Een krachtige ondersteuning bij het herleiden is het werken met een herleidingstabel. Deze tabellen vind je achteraan in bijlage. Er wordt van jou verwacht dat je deze tabellen niet alleen correct kan toepassen op het examen, maar ook kan opbouwen.

Bijkomende ondersteuning & uitleg bij het herleiden vind je in WW. p. 115 – 117.

5.4 Referentiematen

De courante maateenheden mogen geen abstracte eenheden blijven. Kan je je bv. zelf iets voorstellen bij 1 dam, 1 ha of 1 mm³?
Door ze te verbinden met bekende elementen uit de eigen omgeving worden ze zowel voor je leerlingen als voor jezelf erg herkenbaar. Deze koppeling kan je op motorisch gebied maken (bv. een stap van 1 m), visueel (bv. de deur van de klas is precies 1 m breed), kinetisch (bv. als ik mijn armen strek is de afstand tussen mijn handpalmen ongeveer 1 m) of mentaal. Referentiepunten die één maateenheid voorstellen noemen we referentiematen.

Opdracht: Om leerlingen een beeld te kunnen geven van wat een bepaalde maateenheid in de realiteit voorstelt, is het handig om een aantal referentiematen voor jezelf op te stellen d.m.v. een referentiematenlijst. Deze lijst vind je op Digitap.



Goede visualisering van referentiematen

Hieronder vind je een aantal links naar beeldfragmenten omtrent het aanbrengen van referentiematen, ontwikkeld door enkele studenten uit het reguliere en flextraject Lager onderwijs:

- 100 liter: https://vimeo.com/113190815
- 1 km: https://www.youtube.com/watch?v=0-4F3Pd-w4k

5.5 Formules voor omtrek, oppervlakte en inhoud[18]

Volgende formules zijn parate kennis van de leerkracht lager onderwijs (met uitzondering van de bol). Hierbij staat de oppervlakteberekening van de rechthoek model voor alle andere vlakke figuren en de inhoudsberekening van de balk voor alle andere ruimtefiguren. Indien je de vorm van de figuren grondig bestudeert, dan wordt dit verband zeker en vast duidelijk. Deze formules worden dan ook vlugger parate kennis, wanneer je de abstractie ervan kunt overstijgen.

5.5.1 Vlakke figuren

	omtrek	**oppervlakte**
Rechthoek	2 x (b + h)	b x h
Parallellogram	2 x (b + sz)	b x h
Trapezium	Som der zijden	$\frac{(B + b) \times h}{2}$
Ruit	4 x z	$\frac{d \times D}{2}$
Vierkant	4 x z	z x z
cirkel	2 x π x r π x d	π x r x r
driehoek	Som der zijden	$\frac{b \times h}{2}$

5.5.2 Ruimtefiguren

	oppervlakte	**volume**
Balk	2 x l x br + 2 x br x h + 2 x l x h	l x br x h
Kubus	6 x z x z	z x z x z
Cilinder	2 x (π x r x r) + (π x 2 x r) x h	(π x r x r) x h
Prisma		Opp. basisvlak x hoogte
Piramide (elke vorm, ook kegel)		$\frac{\text{Opp. basisvlak x hoogte}}{3}$
Bol		4/3 x π x r^3

[18] Je zal merken dat in de cursus soms andere afkortingen en formules staan dan in het handboek. Wanneer je de abstractie van deze formules kunt overstijgen, dan zie je wellicht in dat ze hetzelfde resultaat realiseren.

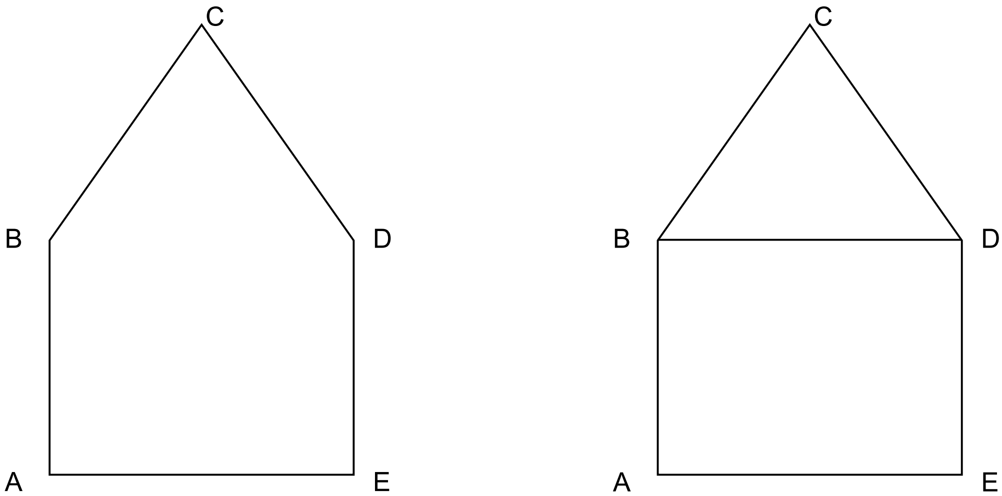
Hoe kan je bovenstaande formules nu begrijpelijk aanbrengen?

Veel leerlingen ervaren problemen met het memoriseren en dus ook toepassen van bovenstaande formules. Het is daarom dan ook erg belangrijk dat leerlingen inzien waar de formulenotatie vandaan komt. Zo zullen zij snel het verband zien tussen de oppervlakteformule van een vierkant en een rechthoek en het verkort tellen (l x b) van een hoeveelheid in een rechthoekmodel, bv. een bak frisdrank, een doos eieren, ...

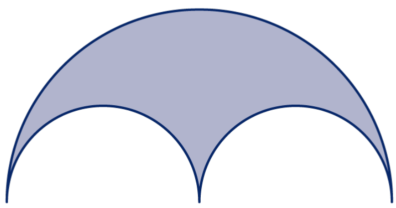
Ook de andere oppervlakte- en volumeformules dien je concreet aan te tonen. Maar hoe pak je dit nu aan? Raadpleeg hiervoor de didactische tips in WW. p. 150 – 159.

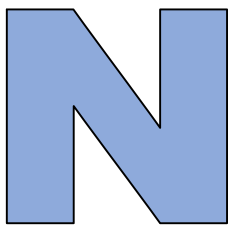
5.5.3 Oppervlakte van grillige figuren en via omstructureren

Voor veel vlakke figuren bestaat er geen vaste formule. Hier gaan we een andere methode hanteren. Eén manier is de figuur **om te structureren** naar één of meerdere vlakke figuren waarvan we de formules wel kennen. Bv. onderstaande figuur kunnen we omstructureren naar een rechthoek en een driehoek. De oppervlakte van figuur ABCDE is dan de som van de oppervlakte van de rechthoek en de driehoek.

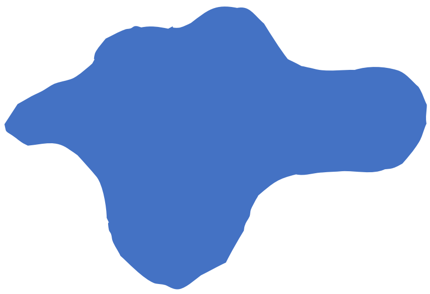


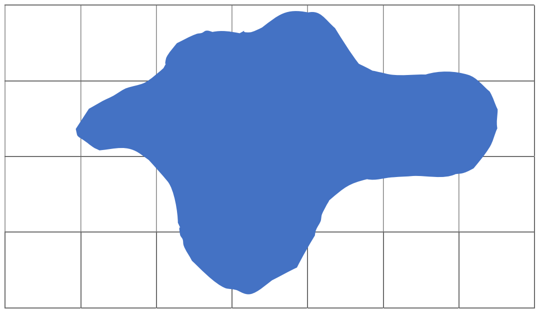
Opdracht:
Op welke manier zou je nu de oppervlakte van volgende vlakke figuren kunnen berekenen?





Niet alle figuren kunnen omgestructureerd worden naar vlakke figuren waarvan de oppervlakte gekend is. Bij dergelijke grillige figuren kunnen we de oppervlakte enkel bij benadering berekenen. Eén manier om dit te doen is door de figuur te bedekken met een rooster bestaande uit vakjes van 1 cm².

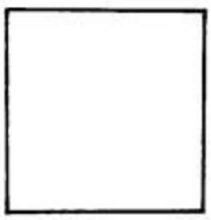


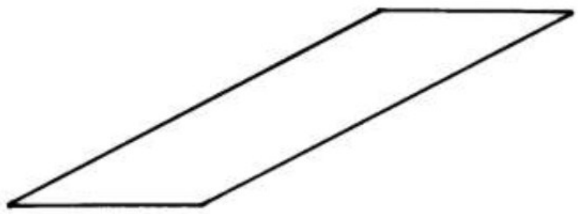


En hoe zou je nu de **omtrek** van bovenstaande figuur kunnen berekenen?

5.6 Verbanden tussen omtrek, oppervlakte en volume

De lengte van een figuur, of soms de ganse omtrek, is vaak een grote misleider bij het bepalen van de oppervlakte van een figuur. Zo is het vaak moeilijk om aan leerlingen te verduidelijken, zelfs aan volwassenen, dat figuren met eenzelfde omtrek een andere oppervlakte kunnen hebben en omgekeerd.





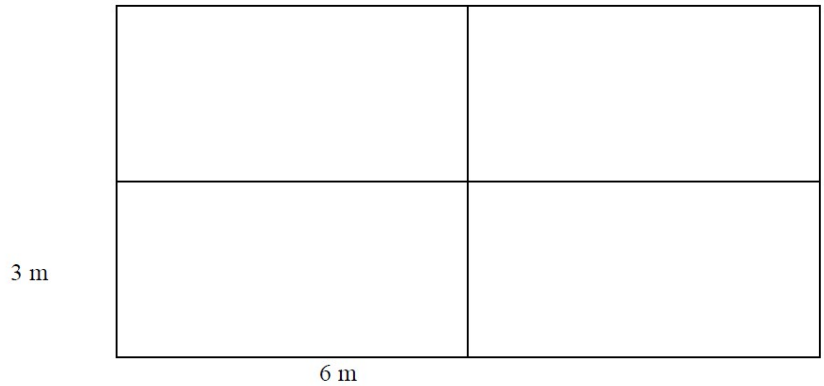
Opdracht:
Hoe zou je d.m.v. bovenstaande figuren aan je leerlingen kunnen uitleggen dat een gelijke oppervlakte niet altijd samenhangt met een gelijke omtrek (of omgekeerd)? Geef een voorbeeld van hoe je dit met een concrete aanpak kan demonstreren.

Ook bij inhoud/volume laten we ons vaak misleiden door één van de drie dimensies (bv. hoogte van een fles). Om je leerlingen dit inzicht bij te brengen, is het belangrijk dat ze het verband tussen deze grootheden letterlijk kunnen ervaren (bv. overgieten in een andere fles).
Zo is het klassieke verband tussen 1 l, 1 dm³ en 1 kg bij veel studenten gekend door talrijke herleidingen die los van elke reële context staan. Inclusief een reële context zou het memoriseren van dit verband vaak heel wat tijdswinst opgeleverd hebben.

Bij gelijkvormigheid

Voor het schilderen van een muur van 6 m bij 3 m hebben we 20 liter verf nodig. Hoeveel liter verf hebben we nodig voor een muur die tweemaal zo lang is en tweemaal zo hoog?

Velen denken misschien dat 40 liter volstaat (Feys, R., 1995). Bij dergelijke oefeningen die oppervlakteberekening met gelijkvormigheid combineren, dien je goed voor ogen te houden dat hierbij twee dimensies betrokken zijn. Bij het vergroten of verkleinen van ruimtefiguren gaat het zelfs om drie dimensies: breedte, lengte, hoogte/diepte.



5.7 Tijd

Tijd is vaak een subjectief gegeven, daarom dat we bij tijdsmeting vertrouwen doen op objectieve maten: uur, minuut, seconde. Ook wanneer kinderen instappen in de lagere school ervaren zij nood aan een objectieve manier van tijdsregistratie.
Aanvankelijk ervaren kinderen wel dat dagen een ritme hebben, maar kunnen zij deze gebeurtenissen enkel situeren vanuit het nu. De relatie tussen heden, verleden en toekomst ontwikkelt zich door kinderen inzicht te laten verwerven in de volgorde van de gebeurtenissen van een dag. Een belangrijk middel daarbij is het gebruik van klokken en dag-, week- en maandkalenders in de klas. Door gebeurtenissen op een kalender te plaatsen, krijgen ze letterlijk een plaats in de geschiedenis.

Het meten van tijdsduur is vaak nog moeilijker dan het meten van tijdstippen. Ook dit is immers een subjectief gegeven. In een eerste fase kan je tijdsduur visualiseren d.m.v. een zandloper. Kinderen beseffen dat een gebeurtenis een begin (startsein voor het opruimen van de poppenhoek is het omdraaien van de zandloper), een duur (opruimen kan zolang de zandloper loopt) en een einde (er loopt geen zand meer) heeft.

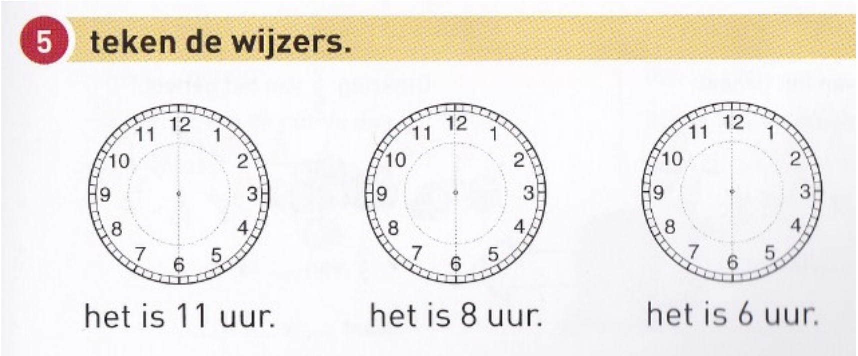
Kloklezen zorgt bij veel kinderen voor moeilijkheden. Dit komt omdat analoge klokken met twee wijzers werken die elk hun eigen schaal hebben (uren= 1 tot 12, minuten= 60-delige schaal).

Analoge klok aanbieden:
Dit doe je aanvankelijk best met een klok bestaande uit enkel de kleine wijzer. Want eigenlijk hebben we eigenlijk alleen die nodig om de klok goed te kunnen lezen. Eerst besteed je aandacht aan de volle uren: ‘De kleine wijzer staat op 2, het is 2 uur. Later kan je dit verfijnen, d.m.v. volgende vragen: „Hoe lang duurt het nog voor de klok weer slaat?, Hoeveel keer zal hij dan slaan?, Hoeveel van het uur is nu voorbij?” Deze vragen zullen ertoe leiden dat kinderen de juiste tijd bij benadering kunnen aangeven.
Vervolgens bied je de minutenwijzer aan. Kinderen zullen immers ervaren dat het nauwkeuriger kan. Als tussenstap kan je deze tweede wijzer eventueel eerst op een aparte klok aanbieden en naast de klok met de uren hangen. Wanneer dit vlot loopt, worden beide klokken geïntegreerd.

Digitale tijd
De link tussen analoge en digitale tijd wordt vrijwel meteen gelegd. Voorzie in je klas dan ook beide, liefst in de nabije omgeving van elkaar.

Een moeilijkheid bij digitale tijd is dat deze wordt genoteerd in een 24-uurschaal. Deze 24-uurschaal biedt echter de mogelijkheid om een volledige dag, een etmaal, voor te stellen. Een tijdlijn met zowel analoge als digitale tijd kan hier ondersteunend werken.

Dergelijke oefeningen vind je in verschillende methodes van wiskunde. Wat is jouw mening hierover?



Neem het didactisch luik rond kloklezen door in WW. p. 126 – 131.

Tijdsduur berekenen
Om de tijdsduur te kunnen berekenen moeten kinderen de onderlinge verhoudingen tussen de verschillende maateenheden kennen. Een moeilijkheid hierbij is dat dergelijke oefeningen de intentie wekken om in decimalen te gaan rekenen, wat bij tijd niet mogelijk is door de verschillende schalen.
Wanneer we deze schalen respecteren, dan kan je in de hogere leerjaren het verschil in tijdsduur laten berekenen d.m.v. te cijferen. Een voorbeeld:

> *Tom en zijn familie reizen met de wagen van Herentals naar Barcelona. De reis verloopt tamelijk vlot en de familie arriveert aan de voet van de Sagrada Família na 14u. 39 min. en 29 sec. onderweg te zijn geweest. Ook de familie van Gitte reist naar Barcelona. Hun traject verloopt minder vlot en zij arriveren pas in Barcelona na een reistijd van 17u. 24 min. en 28 sec. Hoeveel bedraagt het verschil in reistijd?*

	17 u.	*24 min.*	*28 sec.*
-	*14 u.*	*39 min.*	*29 sec.*

		+60	
	16	*23*	*+60*
	$\cancel{17}$ u.	*$\cancel{24}$ min.*	*28 sec.*
-	*14 u.*	*39 min.*	*29 sec.*
	2 u.	*44 min.*	*59 sec.*

5.8 Geldwaarden

Op 1 Januari 2002 schakelden twaalf lidstaten van de EU over naar één gemeenschappelijke munt, nl. de euro. Ondertussen wordt deze munteenheid in meer dan 20 landen gebruikt. Bij veel volwassenen zorgde de komst van de euro voor moeilijkheden bij het bepalen van hoeveel iets kost en wat de waarde ervan is. Voor de kinderen die nu in de lagere school zitten, ligt dit een stuk gemakkelijker, aangezien zij met deze munteenheid opgroeien en de Belgische frank louter een onderwerp uit de lessen historische tijd is.

Omgaan met geld is meer dan alleen maar betalen met briefjes en munten. Zo moeten in de lagere school alle vaardigheden aan bod komen die we dagdagelijks ondernemen met geld, meer bepaald:

- **Betalen met munten en bankbiljetten**
- **Gepast betalen (met zo weinig mogelijk munten)**
- **Teruggeven**
- **Wisselen van geld**
- **Schattend hoofdrekenen:** Bv. 0,54 euro + 1,57 euro + 8,32 euro is ongeveer 0,50 euro + 1,50 euro + 8,50 euro = 10,50 euro

De euro aanbrengen: leerlijn

- In het **eerste leerjaar** leren de kinderen het symbool € en het woord 'euro' lezen, schrijven en gebruiken. Ze werken met de volgende munten: 1, 2, 5, 10 en 20 cent en 1 en 2 euro. Ook de volgende bankbiljetten komen aan bod: 5, 10 en 20 euro.
  De kinderen werken ofwel met centen of met euro's, maar maken nog geen combinaties met kommagetallen (bv. 2,75 euro). Er wordt aandacht besteed aan betalen, wisselen en teruggeven en dit binnen een realistische context, bv. een klaswinkel.

- In het **tweede leerjaar** kunnen geldwaarden aangeboden worden in decimale vorm om de waarde van de euro te begrijpen. 2,75 euro wordt gelezen als:
  - 4 euro en 25 cent
  - 4 euro 25

  De munten en biljetten worden uitgebreid met 50 en 100 euro en 50 cent.

- In het **derde leerjaar** worden ook de biljetten van 200 en 500 euro geïntroduceerd. In het vierde leerjaar wordt aandacht besteed aan het noteren en lezen op verschillende manieren: 34,21 EUR = 34,21 euro = € 34,21
  0,50 euro = 50 cent

- In het **vijfde** en **zesde** leerjaar worden steeds minder oefeningen afzonderlijk behandeld en meer toepassingsgericht gebruikt. Bv.: de kostprijs van een recept voor 6 personen uitrekenen; korting, winst, verlies en intrest berekenen, wisselkoersen berekenen met de ZRM.

Tip:

- Stem lessen rond wisselkoersen af op actualiteit (presidentsverkiezingen, Brexit, Reizen Waes, …)
- Laat bekendste valuta's regelmatig opzoeken en hou evolutie in wisselkoers bij.

5.9 Snelheid

In vraagstukken/toepassingen rond snelheid in de lagere school wordt er meestal gewerkt rond de gemiddelde snelheid over een traject. Binnen de lagere school wordt hier vaak rond volgende typeproblemen gewerkt die allemaal met een verhoudingstabel/pijlennotatie opgelost kunnen worden. Enkele voorbeelden:

Tijd berekenen:

De afstand tussen Gent en Rijsel bedraagt ongeveer 75 kilometer. We rijden met onze wagen gemiddeld 90 km per uur. Hoe lang duurt de rit?

G: 90 km in 60 min. over een afstand van 75 kilometer

S:

: 6 x 5

afstand	90 km	*15 km*	75 km
tijd	60 min.	*10 min.*	*50 min.*

: 6 x 5

A: De rit van Gent naar Rijsel duurt 50 minuten tegen een snelheid van 90 km/u.

Gemiddelde snelheid berekenen:

Als de Amerikaanse sprinter Carl Lewis 100 meter in 10 seconden loopt, wat is dan zijn gemiddelde uursnelheid?

S:

x 6 x 60

afstand	100 m		
tijd	10 sec.		60 min.

x 6 x 60

Afstand berekenen:

Een Airbus vliegt gedurende 3.15 uur met een gemiddelde snelheid van 920 km per uur. Welke afstand legt dit vliegtuig af?

G: snelheid: 920 km in 60 min., vliegtijd: 3.15 uur = 195 min.

S:

afstand	920 km		
tijd	60 min.		195 min.

Complexere toepassingen:

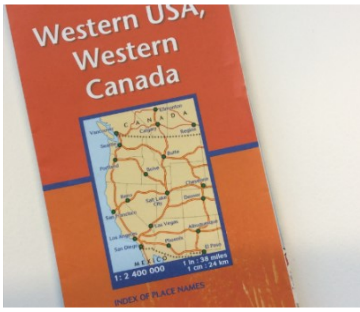
Hieronder vind je de uitslag van de Antwerp Urban Trail Run. Het parcours was 12 km lang. Bereken de gemiddelde snelheid van enkele BV's. Hoe pak je dit aan?

Plaats	Naam	Leeftijd	tijd	Tijd/km	Snelheid
1	CHARLIER Jean-Francois	37	40:42	3:24	
2	DE GROOF David	24	41:06	3:26	
3	DEJONCKHEERE Dimitri	19	41:40	3:29	
4	TOURLOUSSE Jochen	34	41:41	3:29	
5	VANLEENE Wim	26	41:47	3:29	
309	WAES Tom	45	55:16	4:37	
355	JOOS filip	40	55:55	4:40	
690	VERVINK Raf	29	1:00:00	5:00	
1000	VANVLIET Mariette	50	1:02:59	5:15	
1012	VANTHIELEN Francesca	41	1:03:06	5:16	
1566	DE WEVER Bart	43	1:07:29	5:38	
3770	VAN DE PERRE Jan	44	1:52:36	9:23	

5.10 Schaal

Een schaal drukt de verhouding tussen een afbeelding/object en de werkelijkheid uit. In de lagere school wordt er gewerkt met een breukschaal en een lijnschaal.

In een **breukschaal** wordt de verhouding weergegeven tussen de lengte op een afbeelding/object en de lengte in de werkelijkheid. Die verhouding wordt meestal genoteerd als een breuk of deling. Bv.:

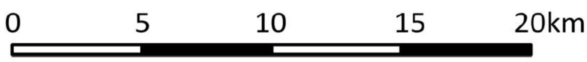


Deze kaart heeft als schaal 1/2400000 of 1 : 2400000

Dit betekent dat 1 cm op de kaart overeenstemt met 2 400 000 cm in werkelijkheid.

1 cm → 2 400 000 cm
→ 24 km

In een **lijnschaal** wordt de verhouding tussen de lengte op een tekening en de lengte in werkelijkheid voorgesteld door een lijnstuk. Bv.:



Een schaal geeft niet enkel aan hoeveel keer iets verkleind is, maar kan ook aangeven hoeveel keer iets vergroot werd. De teller en noemer in de breukschaal worden dan omgekeerd. Bv.:

1/10 → de afmetingen op de afbeelding/object zijn 10 keer zo klein als in de werkelijkheid.
10/1 → de afmetingen op de afbeelding/object zijn 10 keer zo groot als in de werkelijkheid.

5.10.1 Toepassingen met schaal (zie WW. p. 229)

Net zoals bij snelheid kan je ook bij toepassingen rond schaal eenvoudig gebruik maken van een verhoudingstabel. Bij het rekenen met schaal is het wel belangrijk dat je voor de afmetingen dezelfde maateenheid gebruikt.

In de lagere school onderscheiden we 3 type-oefeningen rond schaalberekening. Zoek bij elke opgave een voorbeeld in WW. p. 229.

1) **Schaal & lengte op kaart/object zijn gegeven**

2) **Schaal & lengte in werkelijkheid zijn gegeven**

3) **Lengte op miniatuur & lengte in werkelijkheid zijn gegeven → schaal moet gezocht worden.**

5.10.2 Belangrijke feiten

Een schaal heeft te maken met de verhouding van lengtes. Je mag een schaal nooit gebruiken om oppervlakten of volumes rechtstreeks om te rekenen. Indien er gevraagd wordt hoeveel de oppervlakte of volume van een op schaal getekende figuur betreft, dan moet je eerst de 'werkelijke' lengte van de zijden berekenen en vervolgens daar de formule voor oppervlakte of volume op toepassen.

Bijvoorbeeld:
Onderstaande rechthoek is op schaal 1/3 getekend. Hoeveel bedraagt de oppervlakte in werkelijkheid?

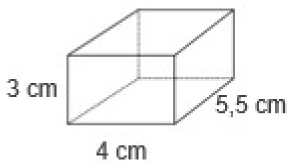
x 3
B: lengte op tekening: 3 cm → in werkelijkheid: 9 cm
breedte op tekening: 2 cm → in werkelijkheid: 6 cm

Oppervlakte op tekening:
3 x 2 x 1 cm² = 6 cm²

Oppervlakte in werkelijkheid:
9 x 6 x 1 cm² = **54 cm²**

De oppervlakte is in werkelijkheid bij schaal 1/3 dus 9 keer groter!

Bijvoorbeeld:
Hoeveel bedraagt het volume van onderstaande balk als ik de onderlinge afmetingen met factor 3 vergroot.



6 Praktijksuggesties

6.1 Meetcircuit

Om leerlingen voldoende inzicht te bieden in de verschillende grootheden, referentiematen en de onderlinge relaties tussen de maateenheden is het belangrijk om binnen de lessen meten voldoende concrete meetopdrachten te geven aan de leerlingen. Deze lessen zijn organisatorisch dan ook vaak een uitdaging. Een ideale werkvorm hierbij is het meetcircuit, wat je eigenlijk als een zeer specifiek hoekenwerk kan beschouwen. In verschillende hoeken doorlopen de leerlingen dan een aantal meetopdrachten, bv. hoeveel flessen limonade (1l) heb ik nodig om een emmer te vullen (10 l). Na een meetcircuit wordt dan meestal een kort onderwijsleergesprek georganiseerd waarin de meetervaringen besproken worden en de leerinhoud samengevat wordt. Een meetcircuit kan rond één of meerdere grootheden handelen en kan je aanwenden bij het aanbrengen van een nieuwe maateenheid of referentiemaat of als herhalingsles. Hieronder vind je een voorbeeld van een meetcircuit in het tweede leerjaar:

Meetcircuit 'liter – deciliter – centiliter'

Doelen:

- De leerlingen meten de inhoud van een emmer, een fles water, een blik cola, een kopje koffie en een vaas met behulp van een maatbeker. (LPD (OVSG), Wisk., Meten, 3.3)
- De leerlingen kunnen zelf een maatbeker maken door deze te ijken. (LPD (OVSG), Wisk., Meten, 3.2)
- De leerlingen kunnen de maateenheden en hun symbolen l, dl, cl correct lezen en aan een juiste referentiemaat koppelen. (LPD (OVSG), Wisk., Meten, 3.18)
- De leerlingen verwoorden dat 1 liter overeenstemt met 10 dl en 1 dl met 10 cl. (LPD (OVSG), Wisk., Meten, 3.1.8, 3.1.9, 3.1.10)
- De leerlingen selecteren op basis van de te meten inhoud de meest geschikte maatbeker. (LPD (OVSG), Wisk., Meten, 3.3)

Lesverloop:

Fase 1: oriëntatie – probleemstelling: herhaling van het begrip 'inhoud' (3 min.)

De leraar heeft een lekkere fles fruitsap bij. Ze vraagt aan de leerlingen hoe ze te weten kan komen hoeveel fruitsap er in de fles zit, want er hangt immers geen etiket op de fles. Ze plaatst de fles op een weegschaal. Kan ze zo te weten komen hoeveel er in de fles zit? Nee, een weegschaal gebruik je om het gewicht te meten. Ze plaatst een meetlat tegen de fles. Kan ze zo te weten komen hoeveel er in de fles zit? Nee, een meetlat gebruik je om de lengte te meten.
Hoe kan ze dan de 'inhoud' van de fles meten? De leerlingen reiken suggesties aan: bv. de fles vullen met kopjes en de kopjes tellen. Indien een antwoord uitblijft dan reikt de leerkracht zelf enkele tips aan.

Fase 2: onderwijsleergesprek: herhaling van de maateenheden liter, deciliter en centiliter. (5 min.)

De leerkracht toont vervolgens een leeg kopje koffie en een vingerhoed en vraagt of ze de inhoud van de fles in het kopje kan gieten. Hetzelfde doet ze met het kopje koffie en de vingerhoed. De leerlingen reageren hierop. De leerkracht vraagt waar het meeste in kan en waar het minste en sorteert de realia vervolgens samen met de leerlingen van veel naar minder. Vervolgens laat zij de leerlingen hier de juiste maateenheid bij plaatsen: (fles = 1 l, kopje = 1 dl, vingerhoed =1 cl). De realia met de kaartjes worden op de demonstratietafel geplaatst.

Fase 3: instructie: uitleg meetcircuit (5 min.)

De leerkracht overloopt de verschillende opdrachten in het meetcircuit. Bij elke hoek toont zij aan de leerlingen hoe de opdracht uitgevoerd wordt. Wanneer alle hoeken overlopen zijn, dan deelt de leerkracht de klas op in groepjes van 4 leerlingen. Elke groep krijgt een hoek toegewezen. Wanneer het wekkertje gaat, wordt er doorgeschoven naar de volgende hoek (na 6 min.). In elke hoek ligt een handdoek en een dweil.

- ***Hoek 1: inhoudsmaten noteren:*** *de leerlingen gaan na hoeveel eetlepels van 1 cl er in een beker van 1 dl gaan, hoeveel bekers van 1 dl er in een fles van 1 l gaan. Elke keer wanneer ze het water overgieten, dan noteren zij dit op een fiche d.m.v. te turven.*
- ***Hoek 2: referentiematen:*** *de leerlingen krijgen een leeg brik melk, een blikje cola, een glas & een soepbord. Ook krijgen ze een paar grote en kleine maatbekers waarop de volgende inhouden staan aangeduid: 1 cl, 1 dl, 1 l. De leerlingen gaan na wat de inhoud (bij benadering) van de ontvangen realia zijn. Ze noteren het resultaat op een fiche.*
- ***Hoek 3: realia ordenen van meer naar minder:*** *In de hoek staan vijf genummerde flessen verschillend in breedte en lengte. De leerlingen ordenen eerst al schattend de flessen van meer naar minder. Daarna meten ze met behulp van een maatbeker (met duidelijke lijnen per dl) de inhoud van de flessen en corrigeren ze hun schatting.*
- ***Hoek 4: zelf een maatbeker maken:*** *de leerlingen krijgen een lege fles wijn en een lege plastic fles van 1,5 l. Ze krijgen een kopje van 1 dl en maken zelf een maatbeker door na elke keer over te gieten een streepje op de lege fles te zetten.*
- ***Hoek 5: inhoudsmaten noteren:*** *de leerlingen krijgen een emmer water en een grote bloemenvaas. Met behulp van een maatbeker van 1 l gaan ze na hoeveel liter er in de emmer en vaas gaan. Ze noteren het resultaat op een fiche d.m.v. te turven.*

Fase 4: Hoekenwerk: uitvoeren van meetcircuit (30 min.)

De leerlingen krijgen een hoek toegewezen en schuiven na 6 minuten door naar de volgende hoek. De leerkracht assisteert voornamelijk in hoek 4 bij het maken van de maatbekers. Sporadisch volgt zij ook de andere hoeken op.

Fase 5: Evaluatie/afronding: bespreken van meetresultaten (7 min.)

Het materiaal wordt in de verschillende hoeken opgeruimd en de banken worden terug op hun oorspronkelijke plaats gezet. De leerkracht bespreekt kort de ondernomen activiteiten in de hoeken. Hierbij stelt hij/zij volgende vragen:

- Hoeveel flessen moet je gebruiken om de emmer (in hoek 5) te vullen?: *10 flessen.*
- Wat is de inhoud van één fles?: *1 liter*
- Hoeveel bekers gaan er in één fles (in hoek 1)?: *10 bekers*
- Wat is de inhoud van één beker?: *1 deciliter*
- Hoeveel eetlepels gaan er in één beker (in hoek 1)?: *10 eetlepels*
- Wat is de inhoud van de eetlepel: *1 centiliter*

Aan de hand van bovenstaande vragen bouwt de leerkracht het volgende bordschema op.

 = 10 liter 

= 1 l  = 1 dl  = 1 cl

1 l = 10 dl
1 dl = 10 cl

Niet onbelangrijk: in een les meten is morsen toegestaan!

Voorbeeld van een registratiefiche bij het meetcircuit

Meetstand 2

1) Kies een voorwerp en meet de inhoud.
2) Duid aan met welke beker je meet.
3) Zet een streepje elke keer je een beker leeg giet.
4) Vul het voorwerp tot aan de lijn.

	ik meet met…	ik turf
	1 cl 1 dl 1 l	
	1 cl 1 dl 1 l	
	1 cl 1 dl 1 l	
	1 cl 1 dl 1 l	
	1 cl 1 dl 1 l	

Ik onthoud:

- in een pak melk gaat ….. keer 1 dl Dit is samen ….. liter.

- in een glas gaat ….. keer 1 cl Dit is samen ….. deciliter.

11.1 Voorbeeldles oppervlakte

(oud lesvoorbereidingsjabloon)

Campus 't Zuid, Verschansingstraat 29, 2000 Antwerpen	*T: 03/259 08 01*

Lesvoorbereiding			
Naam:		Studiejaar: 4e leerjaar A	
School:		Mentor:	
Datum:	Lesnummer:	Lesuur:	Klas:

Leergebieden en domeinen:

Wiskunde – meten & metend rekenen

Onderwerp:

De oppervlakte van een rechthoek (les 133)

Beginsituatie:

De leerlingen maakten in de vorige les kennis met de begrippen omtrek en oppervlakte. Deze begrippen werden toen in de omgeving en in het werkboek aangeduid en gekleurd. De maateenheden m^2, dm^2, cm^2 werden reeds geïntroduceerd. Ook de relatie tussen deze maateenheden kwam reeds aan bod.
Y, J, K, L en R ervaren moeilijkheden met het nauwkeurig meten met meetmateriaal en de tafels van vermenigvuldiging. Zij worden gedurende individuele opdrachten door de klasleerkracht begeleid aan de tafel voor verlengde instructie.
De klas bestaat uit 20 leerlingen. De lln. zijn vertrouwd met partner- en groepswerk.

Lesdoelen:

De lln:

Lesstructuur:

F1: Terugblik: herhalen van begrippen omtrek en oppervlakte	Min 5
F2: Probleemstelling: oppervlakteberekening van rechthoek	Min 5
F3: Partnerwerk: oppervlakte berekenen met niet-conventionele maten	Min 5
F4: Onderwijsleergesprek: Introductie oppervlakteformule	Min 10
F5: Zelfstandige verwerking: individuele opdrachten in werkboek	Min 15
F6: Evaluatie: Bespreken van resultaten – oppervlakte berekenen door omstructurering	Min 10

LESVERLOOP

F1	**Terugblik:** herhalen van begrippen omtrek en oppervlakte	**Tijd: 5'**
LI	Omtrek & oppervlakte onderzoeken met niet-conventionele maateenheden	
DW	Onderwijsleergesprek	
K	Normaal, per 2 aan de bank	
M	Bierviltjes van 1 dm^2, of vierkantjes van 1 dm^2	
D		

Lg. vraagt aan de lln. om rond de omtrek van hun bank te gaan met hun vinger.
Lg. vraagt vervolgens om de oppervlakte van hun bank, de zitting van hun stoel, een vloertegel aan te duiden door er over te wrijven.

Lg deelt daarna aan de lln. een aantal bierviltjes uit. Lg. vraagt aan de lln. om per 2 de oppervlakte van hun tafel te bedekken met het verkregen materiaal. Lg. vraagt hoeveel bierviltjes er op hun bank passen.
Lg vat het antwoord van de leerlingen samen. De oppervlakte van onze bank is dus x aantal bierviltjes.

F2	**Probleemstelling:** oppervlakteberekening van rechthoek	**Tijd: 5'**
LI	Ontdekken van formule tot oppervlakteberekening	
DW	Onderwijsleergesprek	
K	Normaal	
M	Bak chocomelk of fruitsap	
D		

Lg. vraagt aan de lln of het echt nodig is om de bank volledig te bedekken met viltjes om te weten te komen hoeveel viltjes op de bank passen. Lg verwijst hierbij naar de bak chocomelk/fruitsap die in de klas staat.
Lg.: "Als je nu wil weten hoeveel flesjes er in deze bak zitten, hoe ga je deze dan tellen?"
Lg bespreekt met de lln. de verschillende werkwijzen.

- *Alle flesjes tellen, maar dit duurt lang.*
- *Tellen hoeveel flesjes er op één rij staan, dan tellen hoeveel rijen er zijn en deze twee getallen vermenigvuldigen. Dus:*
  - *4 rijen van 6 flesjes = 4 x 6 = 24*
  - *6 rijen van 4 flesjes = 6 x 4 = 24*

F3	**Partnerwerk:** oppervlakte berekenen met niet-conventionele maten	**Tijd: 5'**
LI	Oppervlakteberekening m.b.v. niet-conventionele maten	
DW	Partnerwerk	
K	Normaal, per 2 aan de bank & verspreid in de klas	
M	Bierviltjes van 1 dm^2, of vierkantjes van 1 dm^2	
D		

Lg. vraagt aan de lln om op deze manier de oppervlakte van hun bank te berekenen. Lln bedekken alleen de lengte en breedte van hun bank met viltjes en vermenigvuldigen het aantal viltjes in de twee rijen met elkaar. *Lln stellen vast dat ze dezelfde uitkomst bekomen door enkel de lengte en de* *breedte van de bank te bedekken met drankviltjes, het aantal te tellen in beide rijen & deze aantallen met elkaar te vermenigvuldigen.*

Lg. laat de lln. daarna ook andere oppervlakten met de viltjes berekenen, bv. vloertegels, zitvlak van hun stoel, …
Lg laat de lln terug plaatsnemen en bespreekt de resultaten:

- *Vloertegel: 4 x 4 viltjes → oppervlakte = 16 viltjes (= vierkant)*
- *Zitvlak van stoel: +- 3 x 4 viltjes → oppervlakte = 12 viltjes*

Lg laat de lln. dan de oppervlakte van dezelfde voorwerpen meten met enveloppen. Lg wandelt rond, begeleidt de lln. en vraagt hen wat ze vaststellen. *Er zijn minder enveloppen nodig dan bierviltjes om de oppervlakte van de bank, vloertegel, stoel, … te berekenen.* Lg. vat achteraf de bevindingen van de lln samen.

F4	**Onderwijsleergesprek:** Introductie oppervlakteformule	**Tijd: 5'**
LI	Formule voor oppervlakteberekening van rechthoek: l x br	
DW	Onderwijsleergesprek	
K	Normaal	
M	Viltjes of vierkantjes van 1 dm², meetlat	
D		

Lg. vraagt aan de lln nu om de oppervlakte van één bierviltje te berekenen.
Lln.: *De ene zijde (lengte) is 10 cm of 1dm en de andere zijde (breedte) ook. 1dm x 1dm = 1 dm². Eén bierviltje is dus 1 dm².* Lg. schrijft de berekening op het bord.

Lg. vraagt nu of de lln. kunnen berekenen hoeveel de oppervlakte in dm² bedraagt van hun bank.
Lg. noteert de werkwijze op het bord.
6 x 12 viltjes van 1 dm² = 72 dm²
Of 12 x 6 viltjes van 1 dm² = 72 dm²
Lg vraagt aan de lln. welke berekening de lln. nu uitgevoerd hebben om tot de oppervlakte te komen en introduceert zo de oppervlakteformule voor de rechthoek.
Breedte x lengte = oppervlakte rechthoek
Of Basis x hoogte = oppervlakte rechthoek
De formule wordt ook op het bord genoteerd: b x h

F5	**Zelfstandige verwerking:** individuele opdrachten in werkboek	**Tijd: 20'**
LI	Oppervlakteberekening rechthoek, veelhoeken	
DW	Individuele opdracht: oefeningen	
K	Normaal	
M	Werkboek p. 9-10, meetlat	
D		

Lg.: "Neem je werkboek van wiskunde op p. 9 en je rekenmachine."
Lg. biedt nu de oefeningen 2 t.e.m. 5 in het werkschrift aan. Deze worden eerst klassikaal overlopen.

- Oefening 2 en 3: "Hoe moeten we de oppervlakte van deze rechthoeken berekenen?" *Door eerst de lengte en de breedte te meten en vervolgens met elkaar te vermenigvuldigen.* Lg. wijst de lln. erop dat ze de nullijn van hun meetlat nauwkeurig op het beginpunt van elk lijnstuk moeten leggen.

- Oefening 4: “Bij deze opdracht zoek je een rechthoekig voorwerp in de klas en bereken je de oppervlakte met de zakrekenmachine. Je mag enkel bij deze opdracht je ZRM gebruiken.”

Lg.: “Wanneer je met alle opdrachten klaar bent, dan maak je ook oefening 5 en 6. Wat moeten we hier berekenen?” Lg. duidt een lln. aan die de oefening toelicht.
Lln.: “Je moet eerst de oppervlakte in m² berekenen en daarna berekenen hoeveel kunstmest je voor deze oppervlakte nodig hebt.
Lg.: “Hoe kunnen we benodigde kunstmest berekenen?” *Oppervlakte vermenigvuldigen met 20.*
Lg.: “Wat moeten we daarna berekenen?” *Daarna moet je nagaan hoeveel deze kunstmest voor de totale oppervlakte kost.*

De lln. werken nu individueel aan de opdrachten.

Differentiatie:
Lg. laat lln. Y, J, K, L en R vooraan plaatsnemen aan de tafel voor verlengde instructie. Lg. maakt samen met deze 5 lln. oef. 1, 2, 3 en 4.

F6	**Evaluatie:** Bespreken van resultaten	**Tijd: 10’**
LI	Oppervlakteberekening rechthoek, veelhoeken & omstructureren rechthoek	
DW	Onderwijsleergesprek – individuele opdracht	
K	Normaal	
M	Werkboek p. 9-10, meetlat, schaar, vlakke figuren op papier	
D		

Lg. bespreekt de resultaten van. oef. 4 en 5 klassikaal met de lln.

- “Welke rechthoekige voorwerpen heb je in de klas gevonden?” *Bv.: schoolbord, voorflap werkboek, raam, …*
- “Hoe groot is de oppervlakte van deze rechthoeken?

Ter afronding brengt de lg. ook oefening 5 en 6 op het bord. (zie bordschema)

Indien er nog voldoende tijd rest, dan deelt de lg. enkele willekeurige vlakke figuren op papier uit: ruit, parallellogram, gelijkbenig trapezium. Lg. geeft de lln. de opdracht om deze figuren te onderzoeken en na te gaan hoe zij van elke figuur de oppervlakte kunnen berekenen. De lg. geeft als tip dat de lln. de figuren mogen uitknippen en verknippen.
De ruit, parallellogram en het trapezium kunnen verknipt en ‘omgestructureerd’ worden tot een rechthoek.

Bronnen:
Depierre, M., Gerrits, S., Gijsbrechts, I., Govaert, E., Hugelier, K., Mortier, D., … Vingerhoets, V. (2012). *Rekensprong plus 4A.* Wommelgem: Van In.
Bijlagen:
Blanco & ingevuld werkblad, vlakke figuren uit fase 6

Bordschema:

Bak fruitsap:

4 rijen van 6 flesjes = 4 x 6 = 24

6 rijen van 4 flesjes = 6 x 4 = 24

Oppervlakte viltje:

Lengte = 1 dm

Breedte = 1 dm

Oppervlakte viltjes = 1 x 1 dm = 1 dm²

Oppervlakte bank:

6 x 12 dm² = 72 dm²

12 x 6 dm² = 72 dm²

Breedte van bank = 6 dm

Lengte van bank = 12 dm

Oppervlakte rechthoek

Breedte x lengte = oppervlakte rechthoek

Basis x hoogte = oppervlakte rechthoek

b x h

Oefening 6: p. 10

G: *oppervlakte → 5 000 m²* *20 g mest per m² nodig* *kostprijs: € 2 per kg*

B: *20 g voor 1 m²*

↓ x 5000 ↓ x 5000

100 000 g voor 5 000 m²

100 000 g = 100 kg

100 x 2 euro = 200 euro

A: *Het kost € 200 om het voetbalveld te bemesten.*

OPPERVLAKTE: M² EN OPPERVLAKTEFORMULE RECHTHOEK

LES 133

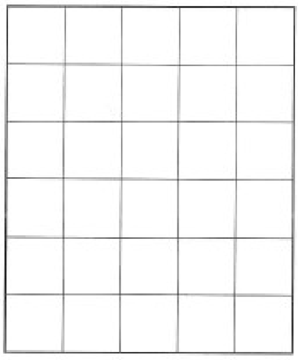
1 Hoeveel appels zitten er in het kratje?

....

....

2 Bereken de oppervlakte in cm².

rechthoek 1

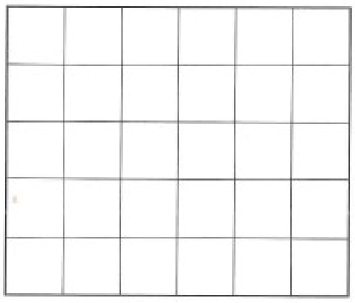


oppervlakte rechthoek 1:

....

....

rechthoek 2

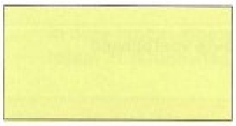


oppervlakte rechthoek 2:

....

....

rechthoek 3



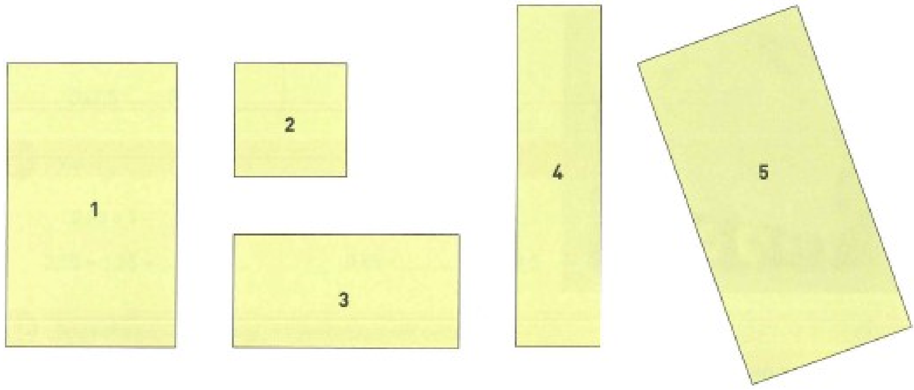
oppervlakte rechthoek 3:

....

....

LES 133 OPPERVLAKTE: M² EN OPPERVLAKTEFORMULE RECHTHOEK

3 Bereken de oppervlakte.



Oppervlakte rechthoek 1: ....

Oppervlakte rechthoek 2: ....

Oppervlakte rechthoek 3: ....

Oppervlakte rechthoek 4: ....

Oppervlakte rechthoek 5: ....

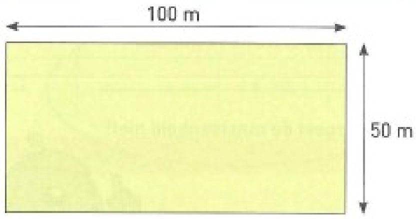
4 Rechthoeken rondom ons

Kies een rechthoekig voorwerp in de klas. Rond de basis en de hoogte af tot op 1 cm.
Bereken de oppervlakte. Gebruik daarvoor je zakrekenmachine.

voorwerp: ....; basis = ... cm; hoogte = ... cm

oppervlakte = ...

5 Bereken de oppervlakte van dit voetbalveld.



Oppervlakte voetbalveld

= ....

6 Bereken.

Om het gras op het voetbalveld goed te laten groeien, wordt er kunstmest gestrooid.
Men strooit 20 g per m².
De kunstmest kost € 2 per kg.
Hoeveel kost het om het veld te bemesten?

....

....

Antwoord: ....

....

Deel 4: Meetkunde

1 Inleiding

Het domein meetkunde hangt sterk samen met dat van meten en metend rekenen. Dit is niet onlogisch aangezien de oorsprong van meetkunde in de 'studie van het meten' ligt. Meetkunde is ontstaan vanuit het bestuderen en het zoeken naar oplossingen voor praktische problemen, bv.: bouwen, opmeten van een eigendom, …
Kort samengevat is meetkunde dat domein van de wiskunde waarin eigenschappen van de ruimte of een vlak en van lichamen of vlakke figuren bestudeerd worden.

Het meetkunde-onderwijs kan op twee manieren benaderd worden, nl. op een inductieve en deductieve manier. We staan even stil bij deze twee manieren.

- **Inductie:** Algemene regels en generalisaties worden gemaakt op basis van een aantal specifieke en systematische waarnemingen die steeds hetzelfde resultaat opleverden. Inductie kenmerkt zich dus door een sterk aanschouwelijk karakter en gaat van specifieke uitspraken naar algemene uitspraken, bv.:
    - *Vierkant A heeft 4 rechte hoeken*
    - *Vierkant B heeft 4 rechte hoeken*
    - *Vierkant C heeft 4 rechte hoeken*
    - *…*
    - *Vierkant M heeft 4 rechte hoeken*

    ➔ *Conclusie: Alle vierkanten hebben vier rechte hoeken.*

    Bij deze inductieve benadering is het erg belangrijk om in gedachten te houden dat de algemene regel of wet, die via deze weg verkregen werd, nog altijd verworpen kan worden door een waarneming die afwijkt van de gehanteerde regel. Dit gebeurde o.a. bij een aantal zeventiende-eeuwse biologen die er rotsvast van overtuigd waren dat hun wet 'Alle zwanen zijn wit' voldoende geverifieerd was vanwege hun talrijke en systematische waarnemingen van witte zwanen.

- **Deductie:** Bij een deductieve benadering wordt de omgekeerde weg bewandeld, nl. hier vertrek je vanuit de algemene regel die je toepast op een concrete situatie. Het deduceren verloopt volgens logische regels en door zuiver te denken kan men tot een conclusie komen. Deductie kent zijn oorsprong dan ook in de logica.
Bij het deduceren wordt vaak een beroep gedaan op het syllogisme[19], waarbij uit een aantal premissen (= aannames) een conclusie wordt afgeleid, bv.:

Alle smurfen zijn blauw.	Major-premisse (=algemene regel)
Grote smurf is een smurf.	Minor-premisse (=specifieke regel)
Grote smurf is blauw.	Conclusie

[19] Syllogisme = Een logische redenering waaruit we een conclusie kunnen afleiden.

Deductie is wat betreft bewijsvoering de meest sluitende en sterkste benadering. Indien correct uitgevoerd kunnen we immers 100% vertrouwen op het resultaat. Deductie is in verschillende disciplines echter nauwelijks toepasbaar voor het opstellen van nieuwe theorieën. Dit omdat het zich baseert op afleidingen en binnen wetenschappelijke disciplines empirisch bewijs[20] veelal vereist is.

Zowel de inductieve als de deductieve benadering zijn dus beide onmisbaar bij het bedrijven van wetenschap. Beide hebben hun nut en gebreken, waardoor de ene de andere dus niet kan vervangen, maar beide complementair zijn aan elkaar.

2 Niveaus van meetkundig denken

Sinds de invoering van de leerplannen van 1998 wordt er meer afstand genomen van de abstracte moderne wiskunde en opnieuw aangesloten bij de psychische ontwikkeling van het kind. Bij het opstellen van de leerlijn van meetkunde werd dan ook een beroep gedaan op de niveaus van meetkundig denken, opgesteld door Mayberry (1983). De meetkundige denkontwikkeling van een kind doorloopt volgende niveaus:

2.1 Basisniveau: Globaal herkennen van figuren

Meetkundige figuren worden globaal waargenomen, herkend en benoemd. Bv.:

De leerkracht laat de leerlingen naar de vloertegels kijken en zegt daarbij dat een vloertegel de vorm heeft van een vierkant. De kinderen zullen in staat zijn om in de klas nog andere vierkanten aan te wijzen. Bij een volgende stap kan een leerling in een reeks oefeningen aanwijzen welke tekeningen vierkanten zijn en welke niet.

2.2 Eerste niveau: Analyse van eigenschappen

De eigenschappen worden geïsoleerd vastgesteld, zonder verbanden tussen de verschillende eigenschappen. Bv.:

Een kind herkent een figuur globaal als een vierkant. Onderzoek van deze figuur leidt naar de eigenschappen: een vierkant heeft vier even lange zijden en vier rechte hoeken.
Een andere figuur wordt door het kind globaal herkend als een rechthoek. Onderzoek leidt naar de eigenschap: een rechthoek heeft vier rechte hoeken. Zonder hulp zal het kind niet inzien dat een vierkant ook een rechthoek is.

2.3 Tweede niveau: Relaties tussen figuren

Definities krijgen hier betekenis, waarbij het verband tussen de eigenschappen van figuren kan worden aangegeven (leerlingen kunnen figuren rubriceren). Bv.:

Een driehoek is rechthoekig. Pas in het tweede niveau komen kinderen tot het inzicht dat deze rechthoekige driehoek zeker niet gelijkzijdig kan zijn.
Een rechthoek is een vierhoek met vier rechte hoeken. Aangezien een vierkant vier rechte hoeken heeft, is een vierkant ook een rechthoek.

[20] Empirisch bewijs: bewijs verkregen door veelvuldige en systematische waarneming.

2.4 Derde en vierde niveau: Deductieve redeneringen

Op deze niveaus gaat de leerling pas een beroep doen op deductieve en meer abstracte manieren van denken en worden wiskundige bewijzen opgebouwd. Deze twee laatste niveaus worden pas bereikt in het secundair onderwijs.

In grote lijnen komen de eerste drie niveaus (= basisniveau, 1 en 2) volgens Heyerick (1995) overeen met de drie graden van de lagere school. Wanneer we het leerplan van meetkunde (bij vormleer) doornemen is dat dan effectief zo? Vat de opbouw kort samen en noteer hierbij de belangrijkste aspecten.

- 1ᵉ graad:

- 2ᵉ graad:

- 3ᵉ graad:

Op het einde van de lagere school bereikt een kind het tweede niveau van Mayberry. Onderstaande oefeningen zijn voorbeelden van hoe een abstracte manier van denken kan worden gestimuleerd:

Waar of niet waar? (door enkel te redeneren & niet te tekenen)

- Alle congruente figuren zijn gelijkvormig.
- Een vierhoek met twee rechte hoeken is een rechthoek.
- In een parallellogram zijn de diagonalen even lang.
- Een parallellogram bezit een symmetrieas.
- Een ruit is een parallellogram.

Teken/construeer:

- Teken een vierkant met:
    a. een zijde van 5 cm
    b. diagonaal 5 cm
    c. omtrek 28 cm
    d. oppervlakte 49 cm²
- Teken een (willekeurige) vierhoek met:
    a. Zijden 4, 5, 6 en 7 cm
    b. Alle zijden gelijk aan 4 cm (voorspel wat je vindt)
    c. 2 zijden gelijk aan 4 cm en 2 zijden gelijk aan 7 cm (voorspel wat je vindt)
    d. Diagonalen 10 en 6 cm

3 Classificeren/vormleer

Kunnen classificeren is één van de eerste wiskundige vaardigheden die kinderen beheersen. Want om te kunnen tellen, moet je eerst weten wat je moet tellen. Ook binnen de meetkunde eist het classificeren zijn rol op. Het onderdeel ‘vormleer’ kunnen we dan

ook globaal omschrijven als het herkennen, benoemen en classificeren van meetkundige figuren op basis van de vorm.
Belangrijk hierbij is dat hier gestart wordt met die figuren waarmee leerlingen frequent geconfronteerd worden: vierkant, driehoek, cirkel… i.p.v. minder voorkomende parallellogrammen en prisma's. We hanteren dus een opbouw van specifiek (rijk) naar algemeen (arm). Met andere woorden: we geven de voorkeur aan de classificatie van meetkundige figuren met veel kenmerken/eigenschappen naar weinig kenmerken/eigenschappen.

> *Tijdens wereldoriëntatie zullen we kinderen uit het eerste leerjaar in het kader van het domein natuur ook niet eerst confronteren met een indeling in gewervelde en ongewervelde dieren. De kinderen spreken wel over een indeling in hond, kat, goudvis, T-Rex, … (Heyerick, 1995).*

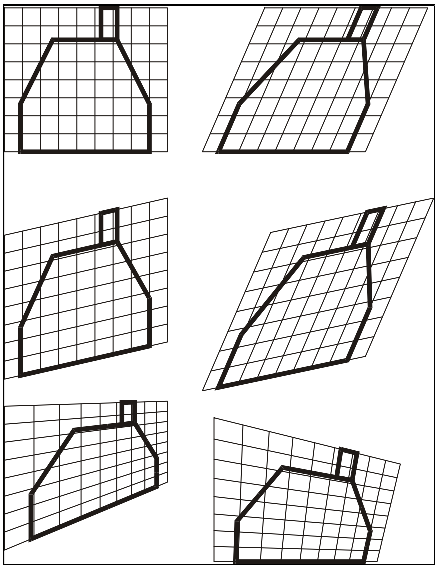
Bovenstaande visie en werkwijze wordt in de meeste lagere scholen gehanteerd bij het classificeren van vlakke figuren, vierhoeken, driehoeken, ruimtefiguren, veelvlakken en niet-veelvlakken.

4 Relaties en transformaties

Hier gaat het om activiteiten i.v.m. evenwijdigheid, spiegelen, symmetrie, draaiingen, verschuivingen, … Deze kunnen beschouwd worden als het resultaat van meetkundige transformaties.

Vakoverstijgende voorbeelden:
Verschuivingen van de hand van M.C. Escher:
Hagedis & Ruiter (Escher, 1959)

Wanneer transformaties van een figuur niets veranderen aan de grootte en de verhoudingen van de getransformeerde figuur, dan kunnen we deze figuren als **congruent** beschouwen. Wordt deze figuur vergroot of verkleind, maar zijn de interne verhoudingen gelijk, dan zijn deze figuren **gelijkvormig**.
Helaas overstijgen veel oefeningen omtrent transformaties in handleidingen niet de doorsneetoepassingen, terwijl er heel wat creatieve en motiverende toepassingen zijn waarmee je dergelijke oefeningen kunt introduceren of er rond kunt werken. Denk maar aan vervormingen in een spiegelpaleis, weerspiegelingen in kerstballen, schaduwbeelden, …



Een veelvoorkomend voorbeeld uit een handleiding. Soms wordt hier ook gewerkt met coördinaten. Er wordt dan nagegaan of leerlingen de figuur correct kunnen vervormen o.b.v. de coördinaten.

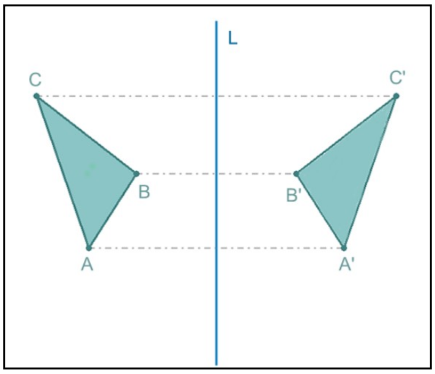
Is er in deze oefening sprake van gelijkvormigheid of congruentie?

Hoewel vele van onderstaande oefeningen het niveau van de lagere school overschrijden, behandelen we deze toch in deze module.

- **Puntspiegeling**
- **Homothetie**
- **Draaiing – rotatie (om een gegeven hoek)**

4.1 Spiegelingen

Spiegelingen kunnen we beschouwen als de moeder der transformaties. Kinderen zijn vrij goed vertrouwd met dit onderwerp. De spiegel op zich is immers al een aanleiding tot intrigerende probleemstellingen: Waarom wisselen in de spiegel wel links en rechts, maar niet onder en boven?



Spiegelen kan je op verschillende manieren introduceren in de lagere school:

- Een symmetrisch beeld van een inktvlek maken door het blad te vouwen
- Playmobilmannetjes vergroten/verkleinen m.b.v. een spiegel
- Elkaars spiegelbeeld spelen
- Symmetrieassen ontdekken m.b.v. een doorkijk- of een Miraspiegel[21]
- …

[21] Een doorkijk- of miraspiegel is een spiegel die zowel reflecterend als doorschijnend is.

Afbeelding van een Miraspiegel

Door middel van bovenstaande oefeningen gaan kinderen volgende eigenschappen van figuren mogelijk spontaan ontdekken: loodrechte stand, symmetrie, evenwijdigheid, …

Ook hier stellen we vaak vast dat dergelijke spiegelingen de doorsneetoepassingen zelden overschrijden, terwijl er zoveel sterke en leuke toepassingen mogelijk zijn. Nochtans is deze vaststelling niet onlogisch, wanneer we de leerplandoelen van OVSG en GO! raadplegen i.v.m. spiegelen:

De lln. kunnen in de realiteit, op foto's en tekeningen spiegelbeeldige (symmetrische) figuren ontdekken en de symmetrie controleren aan de hand van een spiegel of 'doorkijkspiegel'.	
De lln. kunnen in (geometrische) figuren spiegelassen ontdekken en ze vouwen of tekenen.	
De lln. kunnen de eigenschappen van symmetrie onderzoeken, ontdekken en verwoorden.	
De lln. kunnen een getekende geometrische figuur spiegelen om een gegeven spiegelas: op roosterpapier.	
De lln. kunnen een getekende geometrische figuur spiegelen om een gegeven spiegelas: enkel met passer en liniaal.	

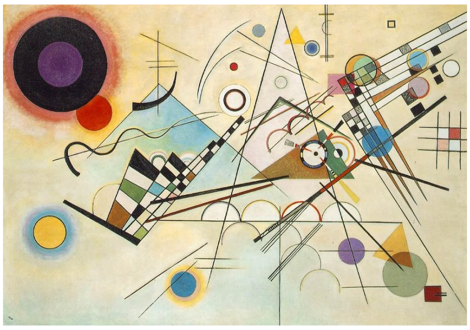
Leerplandoelen OVSG: Spiegelen (OVSG, z.d.).

Opdracht:
Zoek in het leerplan van OVSG wanneer bovenstaande leerplandoelen nagestreefd worden. In welke leerlijn bevinden deze doelen zich?

Wat vind je terug over transformaties in het leerplan van OVSG?

5 Praktijksuggesties

Het domein meetkunde leent zich uitstekend om vakoverschrijdend te werken. Zo kan menig les meetkunde op een kunstzinnige manier opgestart worden. Vele kunstwerken lenen zich immers goed om meetkundige relaties, eigenschappen en vormen aan te bieden. Welke meetkundige leerinhouden tref je bv. aan in volgende abstracte en moderne kunstwerken?



Composition VIII – Wassily Kandinsky

Piazza d'Italia – Giorgio De Chirico

Kubuswoningen in Rotterdam – Piet Blom

Een leuke spelapplicatie op de tablet (iOS en Android) die je kan integreren in lessen rond perspectief en transformaties is Monument Valley. Dit spel speelt zich af in een wereld die gebaseerd is op de kunstwerken van M.C. Escher.

Onderstaande databanken reiken dan weer kant- en klaar digitaal didactisch materiaal aan (voor alle wiskunde domeinen) voor het digi-/smartbord.

- www.gynzy.com (betalend, maar gratis als student)
- www.schoolportaal.nl (gratis)

Bronnenlijst

Bambust, J. (2013). *Wiskunde: Getallen en gecijferdheid 1.* Onuitgegeven cursus, Artesis Plantijn Hogeschool Antwerpen, lerarenopleiding.

Carbonez, M., Baets, F. de, Govaert, E., Tas, K., Uten, P., & Iseghem, H. van (2013). *Wiskundewijzer voor het lager onderwijs.* Wommelgem: Van in.

Bambust, J. (2013). *Wiskunde: Meten en gecijferdheid 2.* Onuitgegeven cursus, Artesis Plantijn Hogeschool Antwerpen, lerarenopleiding.

Bambust, J. (2013). *Wiskunde: meetkunde en vormleer.* Onuitgegeven cursus, Artesis Plantijn Hogeschool Antwerpen, lerarenopleiding.

Bambust, J., Craen, B., Debruyne, K., Denkens, R., Martens, N., Sychold, Willems, N., & Wouters, G. (2012). *Eerste leerjaar.* Onuitgegeven cursus, Artesis Plantijn Hogeschool Antwerpen, Lerarenopleiding.

Cock, R. De, Witte, E. De, Deschepper, S., Neirynck, M., Van Cleemput, P., Verschraege, M. (2012). *Rekensprong plus 6.* Wommelgem, Van In.

GO! onderwijs van de Vlaamse Gemeenschap. (n.d.). *Leerplan wiskunde.* Geraadpleegd op 5 april 2014 via: http://www.g-o.be/sites/portaal_nieuw/Prikbordvoorleerkrachten/Basisonderwijs/leerplannen/Leerplannen%2020102011/Wiskunde%20-%20LO.pdf

Iseghem, H. Van, Feys, R., & Govaert, E. (1998). *Rekenen tot honderd: Praktijkgids voor de basisschool.* Mechelen: Wolters Plantyn.

Iseghem, H. Van, Feys, R., & Govaert, E. (2004). *Meetkunde: Praktijkgids voor de basisschool.* Mechelen: Wolters Plantyn.

Janssens, I. (2006). *Classificeren en seriëren.* Mechelen: Wolters Plantyn.

Janssens, S., & Vandenbroucke, P. (2011). *Wiskunde 1 didactiek.* Onuitgegeven cursus, Karel de Grote-Hogeschool Antwerpen, lerarenopleiding.

Monument Valley. (2015). *Ustwo Games Ltd (versie 2.4.44).* [Mobiele applicatie software]. Verkregen van http://itunes.apple.com

Moor, E. de, Uittenbogaard, W., & Kemme, S. (2009).*Basisvaardigheden rekenen voor de pabo.* Groningen/Houten: Noordhoff uitgevers.

Nachtegael, M, & Buysse, J. (1995). *Wiskundig vademecum. Een synthese van de leerstof wiskunde.* Kapellen: Uitgeverij Pelckmans.

OVSG. (n.d.). *Leerplan wiskunde: didactische katernen.* Brussel: OVSG.

Robinson, A. (2008). *De kunst van het meten.* ’s-Graveland: Fontaine uitgevers.

Roy, P. Van, Hawrijk, I., Palmaerts, A., Vermeersch, N., Depaepe, F. (2014). *Breuken, kommagetallen en procenten. Een didactiek voor het basisonderwijs.* Leuven: Acco.

Van Hijfte, J., & Vermeersch, N. (2010). *De basis: wiskunde voor de lagere school.* Leuven: Acco.

Varé, E. De, Gobien, S., Jacobs, G., Sannen, R., & Somers, H. (2009). *Zo gezegd, zo gerekend! 6.* Mechelen: Plantyn.

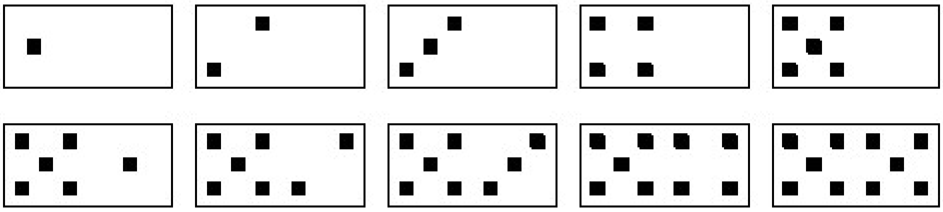
Vlaamse overheid. (n.d.). *Ontwikkelingsdoelen, eindtermen en uitgangspunten van het gewoon basisonderwijs.* Geraadpleegd op 25 maart 2014 via: http://www.ond.vlaanderen.be/curriculum/basisonderwijs/

Witte, E. de, Lemmens, R., Nijs, P., Iseghem, H. van, & Vingerhoets, V. (2012). *Rekensprong plus 6: neuze-neuzeboek*. Wommelgem: Van in.

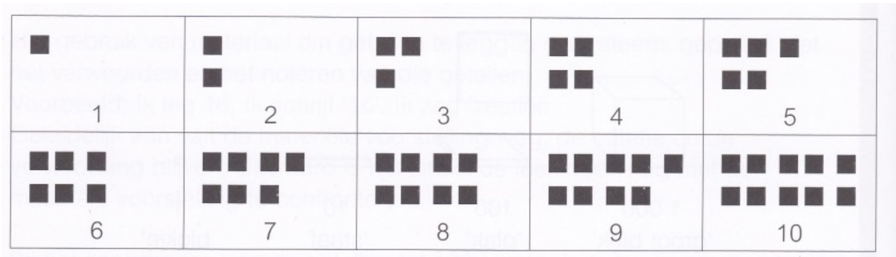
Bijlagen

Getalbeelden

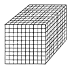
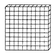
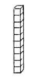
Dominobeeld



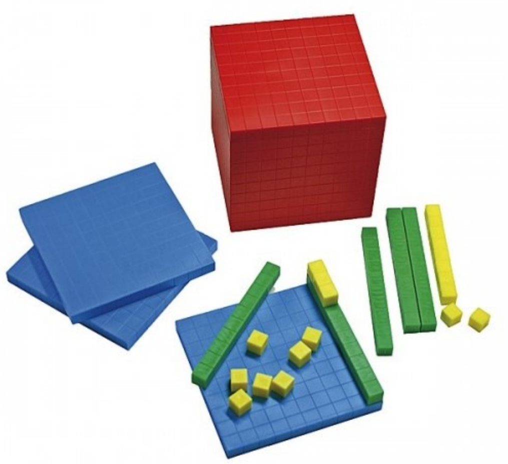
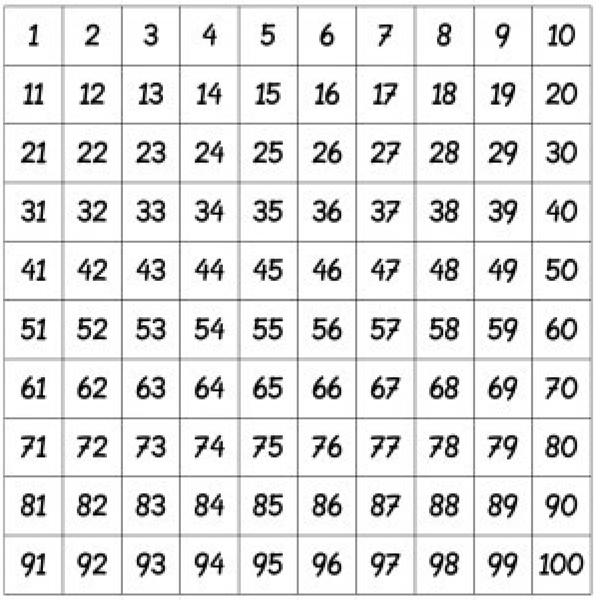
Kwadraatbeeld



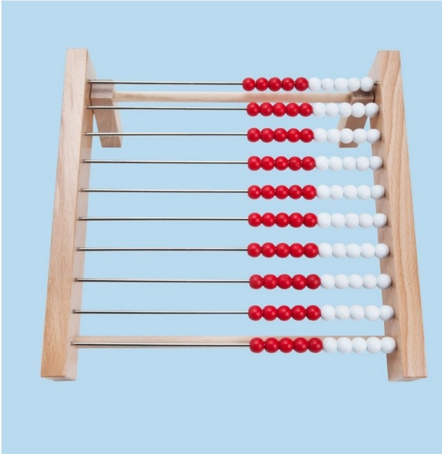
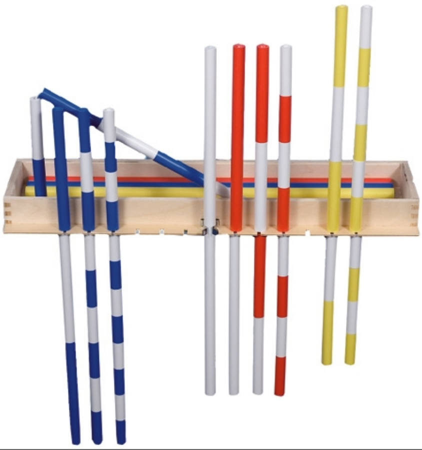
Positietabel en positiekaart

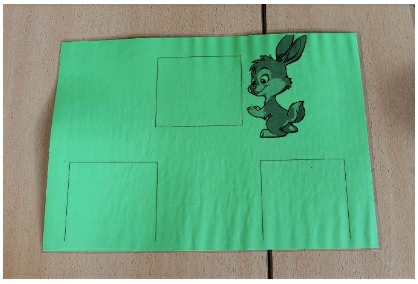
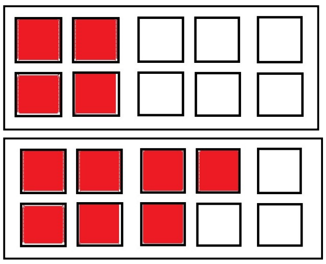
…	M	HD	TD	D	H	T	E		t	h	d	…
												
	miljoentallen	honderdduizendtallen	tienduizendtallen	duizendtallen	honderdtallen	tientallen	eenheden		tienden	honderdsten	duizendsten	
								,				

Veel gebruikte didactische materialen

	MAB-materiaal (ondersteunt het rekenen met E, T, H, D of bij kommagetallen: E, t, h, d)
	Lusabacus
	Honderdveld

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

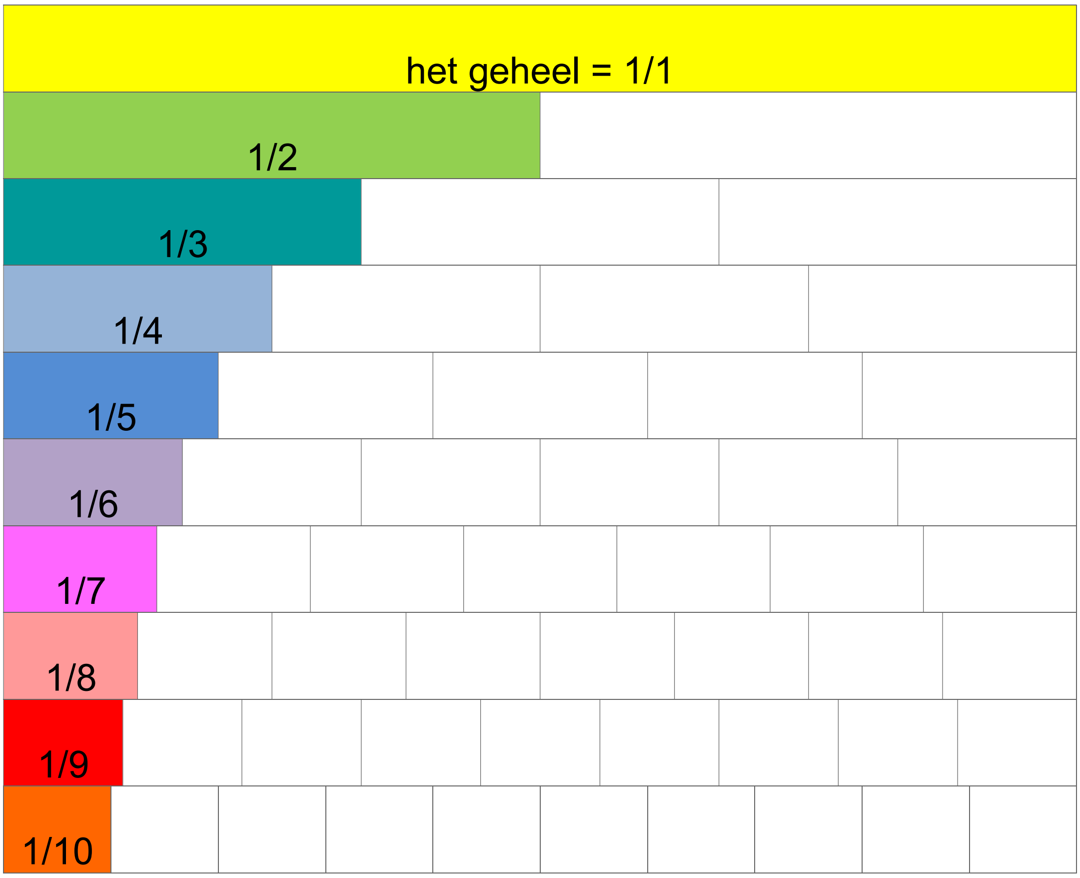
	Individueel rekenrek tot 100 met vijfstructuur
	Klassikale getallenlijn tot 20 met kwadraatbeeld
	Kralenketting tot 100
	Breukstokken

	Breukendoos met breukschijven
	Splitskoker: wordt voornamelijk in L1 en L2 gebruikt om het splitsen van getallen in 2 groepen aan te tonen (kan je gemakkelijk zelf maken met een PVC-buis en T-stuk).
	Splitsschema: Ook vnl. gebruikt in L1 en L2 (met schijfjes of blokjes die gesplitst worden).
	Rekenbus tot 20 met afneembare 'passagiers'. Wordt vnl. in L1 gebruikt als concrete context voor de brug over de tientallen, bv. 7 + 5, 8 + 9, 12 – 4, 16 – 8, …
	Kwadraatkaarten (eventueel als flitskaart)

Tafel van 1	5 x 1 =	Tafel van 2	5 x 2 =	Tafel van 3	5 x 3 =	Tafel van 4	5 x 4 =
Tafel van 1	6 x 1 =	Tafel van 2	6 x 2 =	Tafel van 3	6 x 3 =	Tafel van 4	6 x 4 =
Tafel van 1	7 x 1 =	Tafel van 2	7 x 2 =	Tafel van 3	7 x 3 =	Tafel van 4	7 x 4 =
Tafel van 1	8 x 1 =	Tafel van 2	8 x 2 =	Tafel van 3	8 x 3 =	Tafel van 4	8 x 4 =

Flitskaarten: hier om de tafels te automatiseren. Flitskaarten kunnen eigenlijk bij elke leerinhoud toegepast worden, en zijn populair als opwarming of einde van een les. De kaarten worden getoond en de lln. dienen spontaan te antwoorden.

Breukenladder



Deelvierkant

0 : 1	1 : 1	2 : 1	3 : 1	4 : 1	5 : 1	6 : 1	7 : 1	8 : 1	9 : 1	10 : 1
0 : 2	2 : 2	4 : 2	6 : 2	8 : 2	10 : 2	12 : 2	14 : 2	16 : 2	18 : 2	20 : 2
0 : 3	3 : 3	6 : 3	9 : 3	12 : 3	15 : 3	18 : 3	21 : 3	24 : 3	27 : 3	30 : 3
0 : 4	4 : 4	8 : 4	12 : 4	16 : 4	20 : 4	24 : 4	28 : 4	32 : 4	36 : 4	40 : 4
0 : 5	5 : 5	10 : 5	15 : 5	20 : 5	25 : 5	30 : 5	35 : 5	40 : 5	45 : 5	50 : 5
0 : 6	6 : 6	12 : 6	18 : 6	24 : 6	30 : 6	36 : 6	42 : 6	48 : 6	54 : 6	60 : 6
0 : 7	7 : 7	14 : 7	21 : 7	28 : 7	35 : 7	42 : 7	49 : 7	56 : 7	63 : 7	70 : 7
0 : 8	8 : 8	16 : 8	24 : 8	32 : 8	40 : 8	48 : 8	56 : 8	64 : 8	72 : 8	80 : 8
0 : 9	9 : 9	18 : 9	27 : 9	36 : 9	45 : 9	54 : 9	63 : 9	72 : 9	81 : 9	90 : 9
0 : 10	10 : 10	20 : 10	30 : 10	40 : 10	50 : 10	60 : 10	70 : 10	80 : 10	90 : 10	100 : 10

Tafelvierkant

Wordt gehanteerd ter bevordering van het automatiseren van de tafels.

0 x 1	1 x 1	2 x 1	3 x 1	4 x 1	5 x 1	6 x 1	7 x 1	8 x 1	9 x 1	10 x 1
0 x 2	1 x 2	2 x 2	3 x 2	4 x 2	5 x 2	6 x 2	7 x 2	8 x 2	9 x 2	10 x 2
0 x 3	1 x 3	2 x 3	3 x 3	4 x 3	5 x 3	6 x 3	7 x 3	8 x 3	9 x 3	10 x 3
0 x 4	1 x 4	2 x 4	3 x 4	4 x 4	5 x 4	6 x 4	7 x 4	8 x 4	9 x 4	10 x 4
0 x 5	1 x 5	2 x 5	3 x 5	4 x 5	5 x 5	6 x 5	7 x 5	8 x 5	9 x 5	10 x 5
0 x 6	1 x 6	2 x 6	3 x 6	4 x 6	5 x 6	6 x 6	7 x 6	8 x 6	9 x 6	10 x 6
0 x 7	1 x 7	2 x 7	3 x 7	4 x 7	5 x 7	6 x 7	7 x 7	8 x 7	9 x 7	10 x 7
0 x 8	1 x 8	2 x 8	3 x 8	4 x 8	5 x 8	6 x 8	7 x 8	8 x 8	9 x 8	10 x 8
0 x 9	1 x 9	2 x 9	3 x 9	4 x 9	5 x 9	6 x 9	7 x 9	8 x 9	9 x 9	10 x 9
0 x 10	1 x 10	2 x 10	3 x 10	4 x 10	5 x 10	6 x 10	7 x 10	8 x 10	9 x 10	10 x 10

Dynamische tafelkaart (voorbeeld)

Een dynamische tafelkaart toont enkel die tafels waarmee een leerling hardnekkige problemen ervaart. Reeds geautomatiseerde tafels worden afgedekt. Een dynamische tafelkaart kan als STICORDI-maatregel ingeschakeld worden bij toepassingen die een parate kennis van de tafels vereisen, maar waarbij deze kennis niet het doel is, bv. bij cijferen.

x/:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4						24				
5										
6						36		48		
7			21	28				56		
8							56	64		
9							63			
10										

Herleidingstabellen[22]

1. Lengtematen

km	(hm)	(dam)	m	dm	cm	mm

2. Oppervlaktematen

km²	(hm²)	(dam²)	m²	dm²	cm²	(mm²)
	ha	a	ca			

[22] Maateenheden tussen haakjes: deze worden niet in elk onderwijsnet behandeld/aangeboden. Men spreekt dan bv. van 10 m i.p.v. dam.

3. Inhouds- en volumematen

m³			dm³			cm³			mm³		
			(hl)	(dal)	l	dl	cl	ml			
								cc			

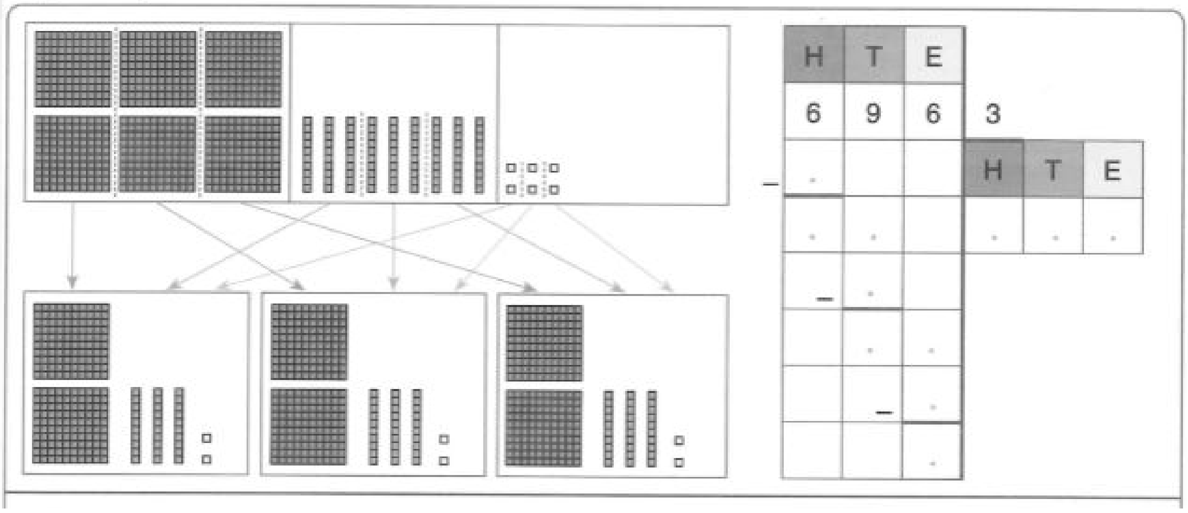
4. Gewicht

ton	100 kg	10 kg	kg	(hg)	(dag)	g	(dg)	(cg)	(mg)

Opdracht: didactische aanpak cijferen

Opdracht 1: Orden de oefeningen volgens de leerlijn van cijferen. M.a.w. wat leer je eerst aan, en welke cijferoefening daarna? Tip: kijk naar de moeilijkheid van de getallen en de materiële & schematische ondersteuning die geboden wordt.
In de meeste wiskundemethoden komt optellen voor aftrekken aan bod en vermenigvuldigen voor delen.

Kijk, bespreek en vul aan.



1 556 + 4 847,014 + 18 474,579 = ...

≈ ....

78,7 x 0,2 = ...

≈ ....

7430,342 : 6 = ...

... : ... = ...

D	H	T	E	t	h	d

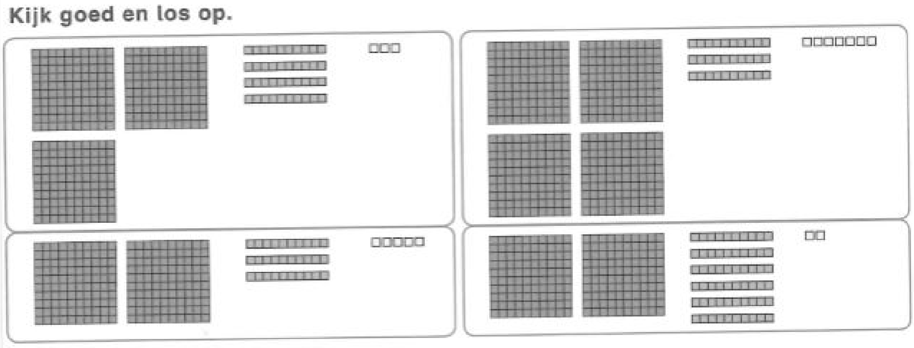
816 − 89 =

400 − 257 =

Los volgende cijferalgoritmen op & controleer m.b.v. de negenproef:

124,73 : 0,6 (met rest tot 0,01) **328 x 1,7**

1 Kijk goed en los op.

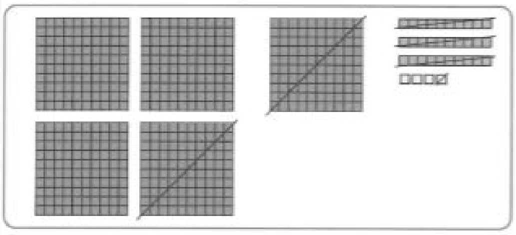


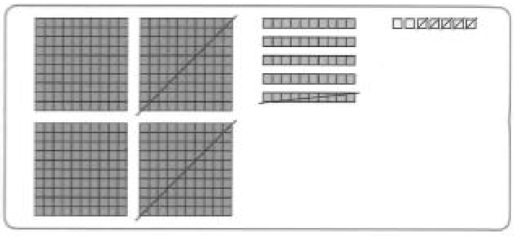
D	H	T	E
	3	4	3
+	2	3	5

D	H	T	E
	4	3	7
+	2	6	2

2 Los op. Schat eerst (met afgeronde getallen).

1 Kijk goed en los op.



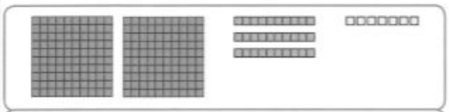


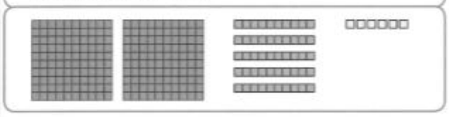
	D	H	T	E
		5	3	4
−		2	3	1

	D	H	T	E
		4	5	7
−		2	1	5

Bewerkingen - Cijferen | Optellen tot 1000 met

1 Kijk goed en los op.





	D	H	T	E
		2	3	7
+		2	5	6

1 Vul de ontbrekende cijfers in.

	.	3	8
×			5
	.	.	
	6	9	.

	2	.	8
×			3
		.	
		. 8	4

Wiskunde A

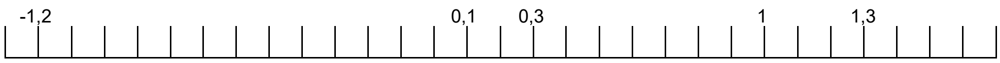
Oefeningenreeks 1: Getallen

Benodigd materiaal:
Bij deze zelfstudiereeks behoort het volgende boek:
Carbonez, M., Baets, F. de, Govaert, E., Tas, K., Uten, P., & Iseghem, H. van (2013). *Wiskundewijzer voor het lager onderwijs.* Wommelgem: Van in.

Werkwijze:
Raadpleeg ter ondersteuning bij deze oefeningenreeks het hoofdstuk i.v.m. getallenkennis (p. 24-52). Los vervolgens onderstaande oefeningen op.
Een aantal weken na het verschijnen van deze oefeningen, vind je een correctiesleutel op Digitap. Hiermee kan je je antwoorden dan corrigeren.

1. **Duid aan op de getallenlijn:**

   0 -0,5 1/5 6/6 110% 20% 6/5



2. **Zet de volgende breuken en kommagetal om.**

   1/8 = ………… % = ……..,……..
   3/8 = ………… % = ……...,…….
   4/5 = ……,…… = …………%
   1,37 = …………% = ……./……..
   6/4 = …………% = ……..,………

3. **Rangschik volgende breuken van klein naar groot.**

   3/2 1/4 1/8 3/4 1/2 3/8

4. **Vereenvoudig naar een niet gemengde breuk: 5 3/5**

5. **Vereenvoudig:**

   18/66 =
   15/12 =
   35/25 =
   75/100 =
   94/94 =
   488/64 =

6. **Zet om naar een breuk met noemer 100 en 20 en naar een kommagetal.**

   65% =

7. **Duid aan:** 8 gedeeld door 7 =

   7/8 8/7 1/8 1/7

8. **Rond de volgende getallen af.**
   Tot op h: 16,396
   Tot op d: 125,787787787
   Tot op t: 24,312

9. **Werk uit:**
   - Maak 0,035 groter met één honderdtal:
   - Maak 201,345 groter met 1 H, 2 T en 3 h:
   - Verminder 109,045 met 3 T en 6 d:

10. **Reken uit:**
    (1+1)-(1-1)-(1+1)

11. **Ontleed de volgende getallen:**
    235819 =
    206,01 =
    0,076 =

12. **Stel de volgende getallen samen:**
    5h + 3t + 7E + 7D+ 3H +1d + 9T =
    9H + 8t + 3E + 6D + 2d =

13. **Welke van deze getallen zijn priemgetallen?**
    17, 41, 49, 57, 59, 2, 81, 93, 101, 117, 119, 151, 153

14. **Zet in 42?98 een cijfer op de plaats van het vraagteken zodat het getal deelbaar is door 6**

15. **Welke van de volgende getallen zijn deelbaar door 2, door 3, door 4, door 5, door 9, door 10**
    435, 786, 1053, 100, 169, 548, 196, 900918, 303030, 12345, 103

16. **Zoek de g.g.d. van:**
    36 en 96:
    48 en 72:

17. **Zoek het k.g.v. van**
    16 en 24:
    14 en 21:

18. **Bepaal door te schatten wat het juiste product is: 45,25 x 31,2 =**

19. Zet om in Romeinse cijfers:

1995 =
21347 =
348 976 =

20. Zet om naar natuurlijke getallen:

MDCIX =
MDCCLXXXIX =
MDCV + LVII =

21. Reken uit

10 = …….% van 50
3% van 750 =
80% van 150 =
200 = ……..% van 10000

22. Los op: Op zondagmiddag krijgen ze in restaurant ‘Zellaer’ gemiddeld 60 personen op bezoek. Op zondagavond zijn er dat gemiddeld 40% minder. Hoeveel mensen zijn er op zondagavond?

23. In het schoolrestaurant wordt dagelijks gekookt. De kok van de school gebruikt steeds verse producten. Hij koopt elke dag 25 kg groenten. 20% daarvan is na het schoonmaken afval. Gemiddeld wordt 15% van de groenten niet opgegeten. Hoeveel kg groenten wordt er dagelijks gegeten?

Wiskunde A
Oefeningenreeks 2: Hoofdrekenen

Benodigd materiaal:
Bij deze zelfstudiereeks behoort het volgende boek:
Carbonez, M., Baets, F. de, Govaert, E., Tas, K., Uten, P., & Iseghem, H. van (2013). *Wiskundewijzer voor het lager onderwijs.* Wommelgem: Van in.

Zakrekenmachine (alleen gebruiken indien aangegeven met **ZRM**)

Werkwijze:
Raadpleeg ter ondersteuning bij deze oefeningenreeks het hoofdstuk i.v.m. bewerkingen (p. 53-98) & toepassingen (p. 219-237). Een aantal weken na het verschijnen van deze oefeningen, vind je een correctiesleutel op Digitap. Hiermee kan je je antwoorden dan corrigeren.

1. Reken uit door te cijferen:

1254,58 + 367,123 =
8564,002 - 6368,28 =

Cijferen + controleren met negenproef:
23 x 8355,58 =
5682 : 16 (tot op 0,01) =
285,025 : 1,4 (tot op 0,01) =

2. Ongelijke verdeling:

a. De som van twee getallen is 80
Het eerste getal is 20 meer dan het tweede.
Zoek de twee getallen.

b. Karen geeft haar 1525 postzegels aan Yanne en Senne.
Yanne krijgt 125 zegels meer dan Senne.
Hoeveel postzegels krijgt Yanne en hoeveel Senne?

c. Roos en Floris verdelen 91 strips onder elkaar.
Roos krijgt 3/4 van het aantal strips van Floris.
Hoeveel strips krijgt Roos?

3. **Reken uit en vereenvoudig of schrijf als gemengd getal:**

2/3 + 3/4 + 4/5 =
2/3 + 4/5 =
6/9 – 2/3 =
5/6 – 1/4 =
5/8 + 1/3 =
1/9 + 1/15 + 2/5 =

1/7 x 1/3 =
4/3 x 75/100 =
1/2 x 2/3 x 3/4 =
1/6 x 6 =
3 5/6 x 2 1/2 =

1/3 : 2 =
3 : 1/5 =
9/7 : 3
25/2 : 20/3 =
1/5 van 2/4 =
1/5 van 225 =
3/5 van 750 =

Een paar speciale gevallen:
25/9 x 64/28 x 2 x 3/8 x 49/125 =
23/5 van 2/3 van 15 =

4. **Bruto, Tarra, netto:**
Terwijl Ludo op reis is in Zwitserland verjaart zijn moeder. Als verjaardagsgeschenk koopt hij een origineel Zwitsers horloge. Dat verzendt hij met de post. Hij pakt het horloge goed in, zodat het niet beschadigd wordt. Het pakket weegt 325 g. De verpakking alleen weegt 80% van het brutogewicht. Hoeveel weegt het horloge?

5. **BTW & korting (ZRM)**
   a. De nieuwe auto van Koen kost €14 784 BTW (21%) inbegrepen. Hoeveel kost deze auto zonder BTW.

   b. Op een reclamefolder voor zwembaden staat het volgende vermeld:
   ‘Zwembad Paradise’ prijs ‘exclusief BTW’ € 2750
   BTW 21%
   Korting 15%
   Bereken de correcte prijs met en zonder korting.

6. **Rente, intrest, … (ZRM)**
Rik spaart voor een geluidsinstallatie van € 389. Hij heeft € 230 op een spaarboekje gezet. Hij krijgt daarvoor 0,5% rente. Hoeveel heeft hij na 2 jaar op zijn spaarboekje staan? (Afronden tot op 0,01)

7. **Volgorde van bewerkingen**
(6 x 25 500 + 47 000) – (4 x 999 + 3004) =
(6 x 500 000) – (800 000 : 800) + 199 000 =

(40 x 8,3) : (5 x 8,3) =
6,5 x 8 + 8 x 7,5 =
(78 : 6 – 39 : 3) x 783 =

8. **Reken volgende oefeningen uit volgens de vermelde rekenstrategieën.**

- (optellingswip) 4361 + 439 =
- (aftrekkingshalter) 3097 – 393 =
- (standaardmethode) 2156 + 318 =
- (commutativiteit) 125 x 6 =
- (associativiteit) 300 x 25 x 8 =
- (distributiviteit) 276 : 6 =
- (delingshalter) 225 : 45 =
- (vermenigvuldigingswip) 500 x 5040,002 =

9. **Rekenen met percenten (omzetten naar breuken)**
60% van 500 =
200 = …% van 1000
3% van 750 =
150 = …% van 6000
6 op 25 = ….%

10. Rekenen met kommagetallen (denk aan de strategieën)

0,3 x 70 =

0,01 x 57,2 =

0,5 x 264 =

0,01 x 800,80 =

320 x 1,25 =

2 : 0,1 =

125 : 0,1 =

88 : 0,5 =

5,75 : 0,01 =

0,25 : 0,5 =

112,1 : 0,125 =

2640,18 x 50 =

0,5 x ….. = 18

…... x 24 = 12

0,001 x ……… = 0,26

43 : ……….. = 430

3,1 : ………. = 31

(4 x 1999) – (0,16 x 0,25) =

11. Mengsels: verhoudingen

Voor een feestje bereid je een partymix van nootjes en rozijnen als versnapering. Bij de samenstelling hanteer je de volgende verhouding:

- Pindanoten: 4
- Hazelnoten: 6
- Rozijnen: 2

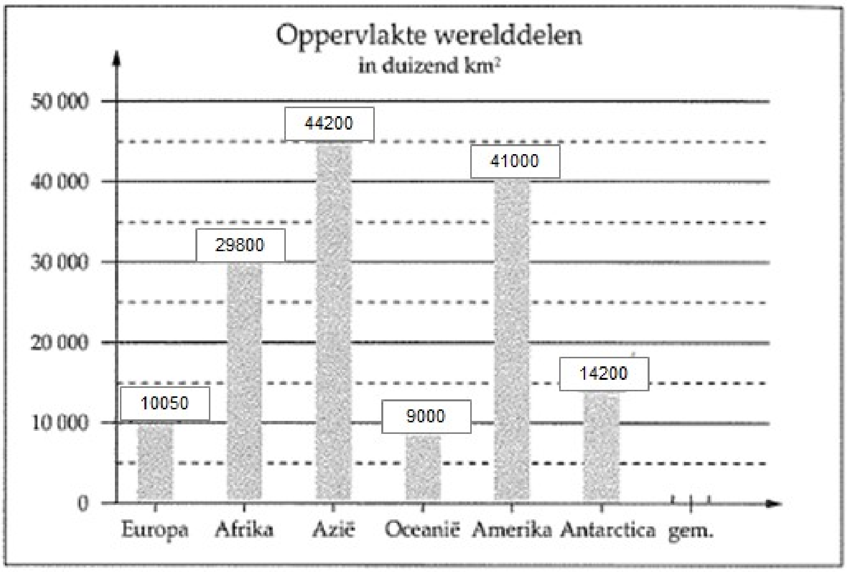
Je wilt 2,4 kg mengsel bekomen. Hoeveel heb je van elke soort nodig?

12. Gemiddelde en mediaan

A. Hieronder staan alle resultaten voor de module Wiskunde Basis van de studenten Flex Lager onderwijs. Bereken de mediaan en het gemiddelde.

student	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	K	l	m	n	o
score op 20	12	12	19	7	15	12	17	16	5	8	18	18	11	10	14

B. Bekijk de grafiek en bereken dan de gemiddelde oppervlakte per werelddeel. Teken vervolgens de staaf met het gemiddelde in het diagram. **(ZRM)**



C. Je vergelijkt de prijs van een rond brood in vijf winkels:

winkel	a	b	c	d	e	gemiddelde
Prijs	€ 1,95	€ 2,40	€ 1,55	€ 1,75	…	€ 1,98

Hoeveel kost een rond brood in winkel E?

Wat is de mediaan?

Wiskunde A
Oefeningenreeks 3: Meten

Benodigd materiaal:
Bij deze zelfstudiereeks behoort het volgende boek:
Carbonez, M., Baets, F. de, Govaert, E., Tas, K., Uten, P., & Iseghem, H. van (2013). *Wiskundewijzer voor het lager onderwijs.* Wommelgem: Van in.

- Zakrekenmachine (alleen gebruiken indien aangegeven met **ZRM**)
- Meetlat
- Geodriehoek

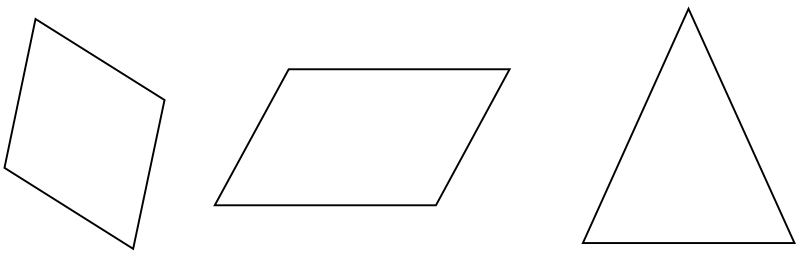
Werkwijze:
Raadpleeg ter ondersteuning bij deze oefeningenreeks het hoofdstuk i.v.m. meten en metend rekenen (p. 99-160) & toepassingen (p. 219-237). Een aantal weken na het verschijnen van deze oefeningen, vind je een correctiesleutel op Digitap. Hiermee kan je je antwoorden dan corrigeren.

1) Herleidingen

16 mm = …………………….. cm	4,6 m = …………………….. cm
15,7 hm = …………………….. cm	0,05 cm^3 = …………………….. ml
12 dl = …………………….. cm^3	805 cl = …………………….. l
2,5 cm^2 = …………………….. mm^2	0,03 km^2 = …………………….. ha
7 cm^2 + …………………….. cm^2 = 1 dm^2	15 m^3 = …………………….. l
19 ca = …………………….. dm^2	2,3 cm^3 = …………………….. l

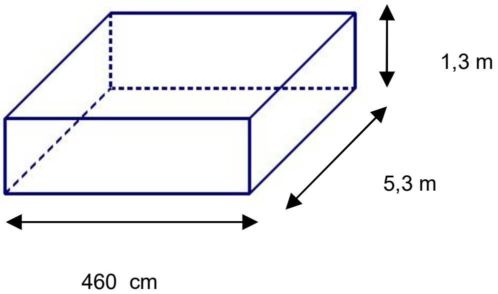
2) Omtrek, lengte, oppervlakte, volume, inhoud, gewicht

a. Bereken de omtrek en oppervlakte van volgende vlakke figuren (**ZRM**):

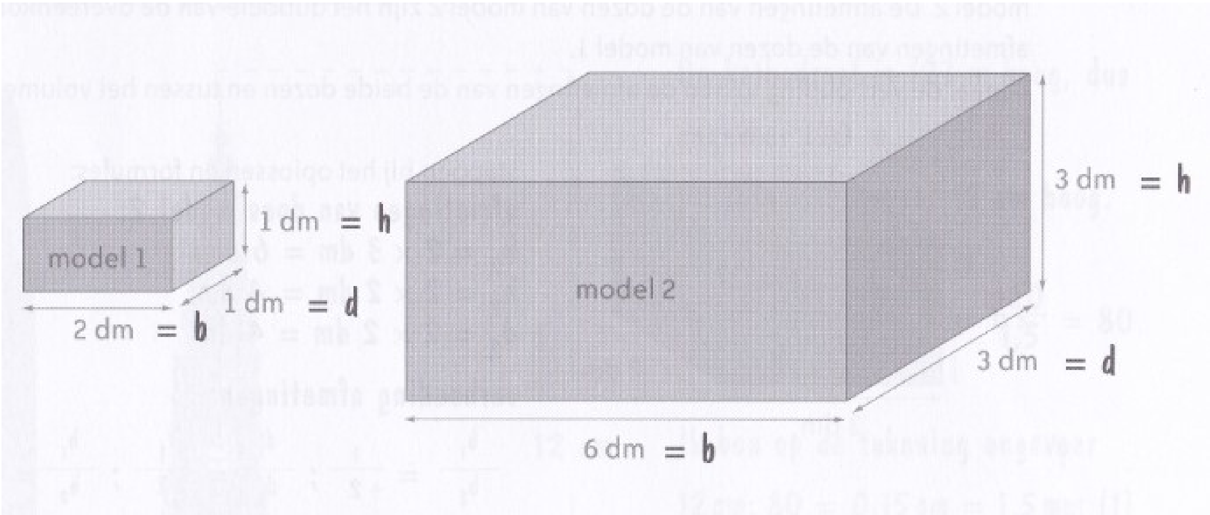


b. Bereken de oppervlakte van de gekleurde figuren (**ZRM**):

c. Bereken het volume van de volgende ruimtefiguren:



d. **Verhoudingen:** Hoeveel dozen van model 1 kunnen er in een doos van model 2. Bepaal de verhouding tussen de afmetingen van de beide dozen en tussen het volume ervan.



e. Mijn droom: een eigen zwembad in mijn tuin! Als het even kan eentje van 8 op 5 m en 1,5 m diep. Hoeveel tegels met een zijde van 25 cm heb ik tenminste nodig om bodem en zijwanden te betegelen.

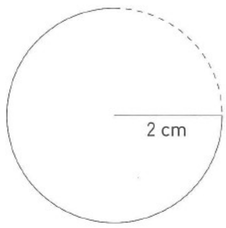
f. Mijn regenton heeft een diameter van 1 m en is 1,5 m hoog. Hoeveel liter water kan daar in? (**ZRM**)

g. Een muur is 4,20 m lang en 2,70 m hoog. Een miljonair behangt de muur met briefjes van 50 euro. De maten van de briefjes zijn 14 cm bij 7,5 cm. Hoeveel is die muur waard? (**ZRM**)

h. ***Raadpleeg bij deze opdracht de tabel op p. 160 in het handboek.***
In de klas van meester Jeffrey wordt een gebroken raam vervangen. De afmetingen van de glazen plaat zijn 1,5 m bij 2 m. Het glas is 5 mm dik. Hoe zwaar is de glasplaat? (**ZRM**)

i. Een fles champagne van 0,75 l wordt opengedaan. Hoeveel glazen van 1/8 liter kan ik daarmee vullen?

j. Bereken de lengte van de boog in de stippellijn.



k. De hoogste éénwieler ooit had een wiel met een diameter van 31,01 m. In oktober 1980 legde Steve McPeak er in Las Vegas (USA) een afstand van 114,6m mee af. Hoeveel omwentelingen maakte het wiel (bijna – precies – ruim)? **(ZRM)**

3) Schaal

a. Jolien en Sam bestuderen de kaart met het parcours van hun volgende stratenloop. Dat doen ze altijd voordat ze het parcours zelf gaan verkennen. Ze weten dat de totale afstand 16 km bedraagt, maar het hele parcours bestaat uit tweemaal de aangeduide omloop. Op welke schaal is de kaart getekend?

b. Het lichaam van een vlieg is normaal 6 mm lang in werkelijkheid. Op welke schaal is de vlieg getekend.

4) Meten van tijd

Arnold Schwarzenegger is geboren op 30 juli 1947 en Sylvester Stallone op 6 juli 1946. Op welke dag waren beide actiehelden samen exact 100 jaar oud?

5) Berekenen van tijdsduur

a. Bepaal van elke atleet het tijdsverschil tussen zijn huidige prestatie en zijn vooropgestelde tijd.

	Huidige prestatie	**Vooropgestelde tijd**	**tijdsverschil**
5000 m	19 min. 45 sec.	16 min. 50 sec.	
marathonloper	3 h	2 h 58’	
Snelwandelaar 50 km	4 uur 42 min. 37 sec.	4 uur 28 min.	

6) Winst, verlies, korting

a. Jeugdhuis ’t Verschil organiseert twee keer per jaar een pannenkoekenfeest. Het bestuur koopt telkens voor 950 euro aan ingrediënten. Het eerste feest is geen succes. De totale inkomsten bedragen 875 euro. Hoeveel bedraagt de winst of het verlies?

b. Het tweede feest is wel een succes. Er werden ingrediënten aangekocht voor dezelfde prijs en er was 80% winst. Hoeveel bedraagt de winst?

7) Afstand, tijd en snelheid

a. Een Airbus vliegt gedurende 3.15 uur met een gemiddelde snelheid van 920 km per uur. Welke afstand legt dit vliegtuig af?

b. De Mont Ventoux heeft een gemiddelde hellingsgraad van 7,6%. De beklimming vanuit Bédoin is 21,4 km lang. Hoeveel meter stijg je dan over deze afstand van

c. 21,4 km? (**ZRM**)

8) Geld

a. Ondertussen zijn we reeds vertrouwd met het betalen in euro. Onderstaande tabel toont de waarde van 1 euro t.o.v. de (vroegere) Europese valuta's. Hoeveel Finse mark was destijds 4019,22 ESP waard? Rond af op 0,01 **(ZRM)**

Nationale munt	Symbool	1 EUR
Belgische frank	BEF	40,3399
Duitse mark	DEM	1,95583
Finse mark	FIM	5,94573
Franse frank	FRF	6,55957
Ierse pond	IEP	0,787564
Italiaanse lire	ITL	1936,27
Nederlandse gulden	NLG	2,20371
Oostenrijkse schilling	ATS	13,7603
Portugese escudo	PTE	200,482
Spaanse peseta	ESP	166,386

Wiskunde A
Oefeningenreeks 4: Meetkunde

Benodigd materiaal:
Bij deze zelfstudiereeks behoort het volgende boek:
Carbonez, M., Baets, F. de, Govaert, E., Tas, K., Uten, P., & Iseghem, H. van (2013). *Wiskundewijzer voor het lager onderwijs.* Wommelgem: Van in.

- Meetlat
- Geodriehoek

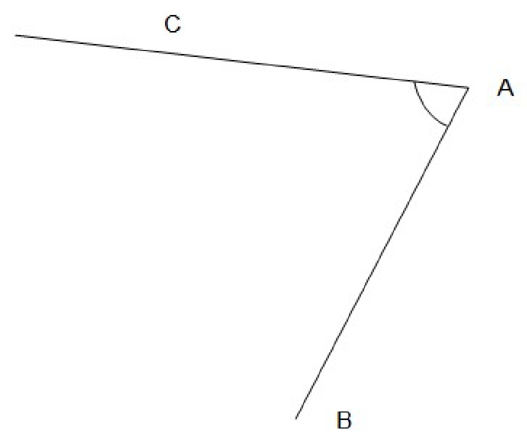
Werkwijze:
Raadpleeg ter ondersteuning bij deze oefeningenreeks het hoofdstuk i.v.m. meetkunde (p. 161-208). Een aantal weken na het verschijnen van deze oefeningen, vind je een correctiesleutel op Digitap. Hiermee kan je je antwoorden dan corrigeren.

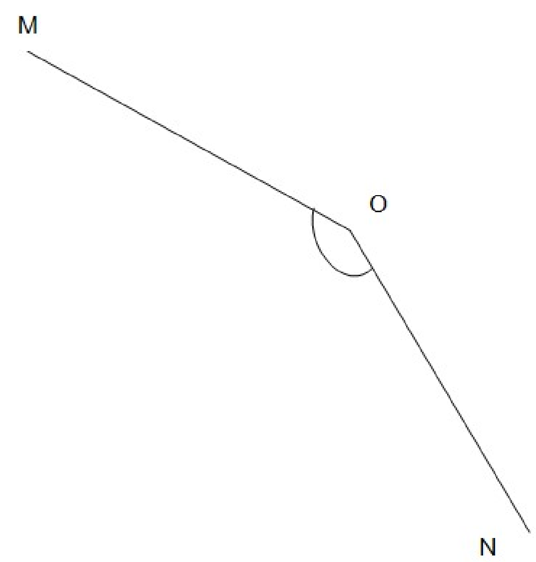
1. Hoeken

a. Meet onderstaande hoeken zo nauwkeurig mogelijk (tot op 1°)

CÂB =

MÔN =

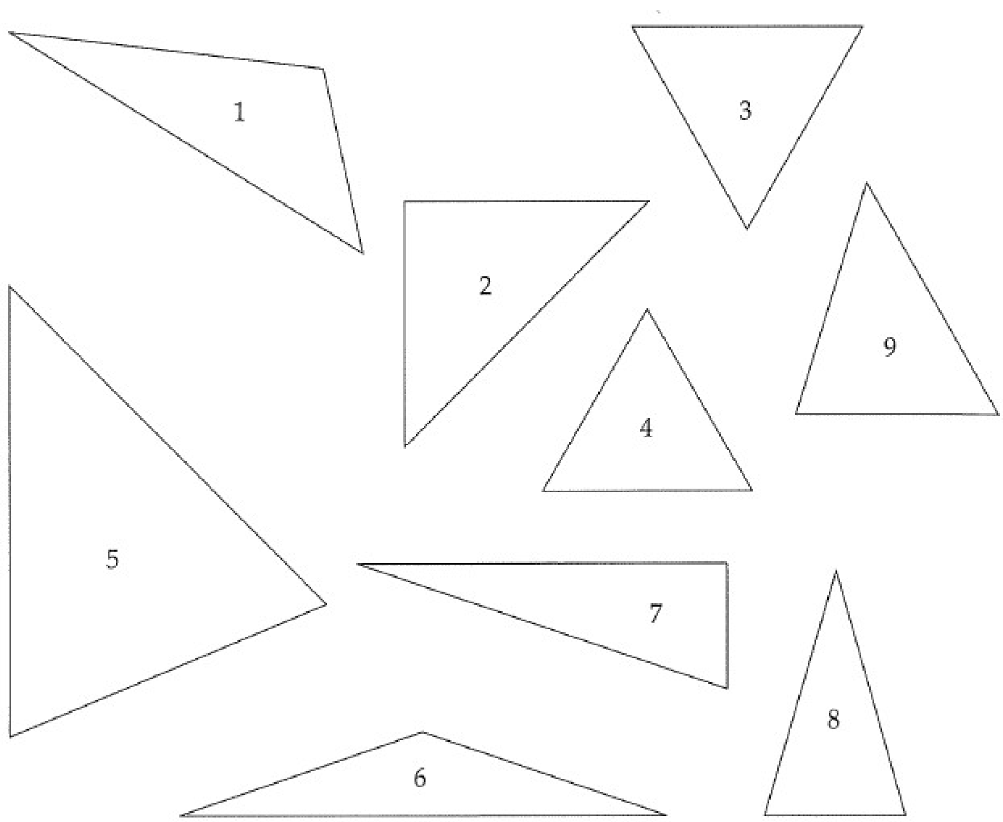




b. Teken de volgende hoeken:
  - BÂC = 85°
  - JÊL = 130°

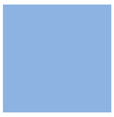
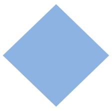
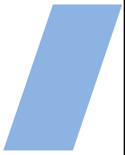
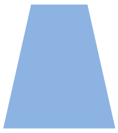
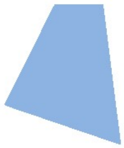
2. Vormleer

a. Classificeer de volgende driehoeken



	ongelijkbenige of ongelijkzijdige driehoek	*gelijkbenige driehoek*	*gelijkzijdige driehoek*
stomphoekige driehoek			
rechthoekige driehoek			
scherphoekige driehoek			

b. Kruis voor elke figuur aan wat van toepassing is. Zet onder elke figuur ook de juiste benaming.

						
Vier hoeken						
Overstaande hoeken zijn gelijk						
Vier gelijke zijden						
Vier zijden						
Overstaande zijden zijn gelijk						
Overstaande zijden zijn evenwijdig						
Minstens één paar overstaande zijden is evenwijdig						
Vier gelijke zijden						

c. Schrijf op. Welke ruimtefiguren zijn veelvlakken?

d. Teken de volgende figuren:
  - Een vierkant met diagonaal 5 cm.

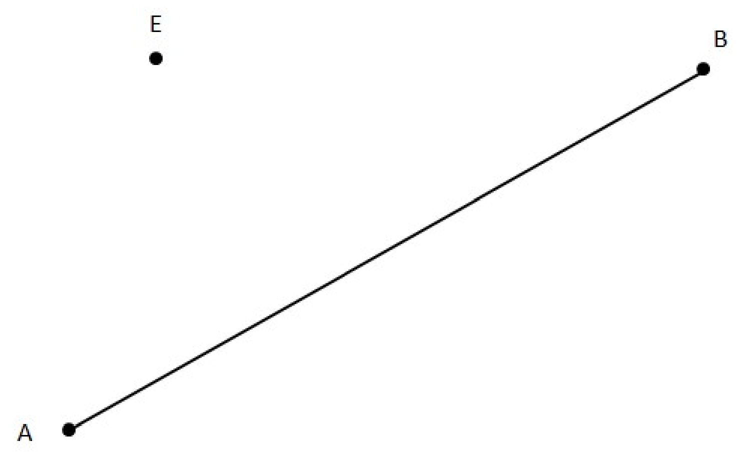
  - Een rechthoek met oppervlakte 24 cm².

e. Beoordeel de uitspraken met **waar** of **niet waar**:

	waar	**Niet waar**
Elk vierkant is een rechthoek.		
Elk vierkant is een ruit.		
Elk trapezium is een parallellogram.		
Elke kubus is een balk.		
Een meetkundig lichaam met zes grensvlakken die vierhoeken zijn, is steeds een kubus.		
In elk gelijkbenig trapezium zijn de diagonalen even lang. (gelijkbenig trapezium staat niet in handboek)		
In een vierkant snijden de diagonalen elkaar middendoor.		
Elke ruit is een regelmatige vierhoek.		
Elke gelijkzijdige driehoek is een regelmatige veelhoek.		
Het grondvlak van een piramide kan een cilinder zijn.		
Het bovenvlak en het grondvlak van de cilinder lopen evenwijdig.		

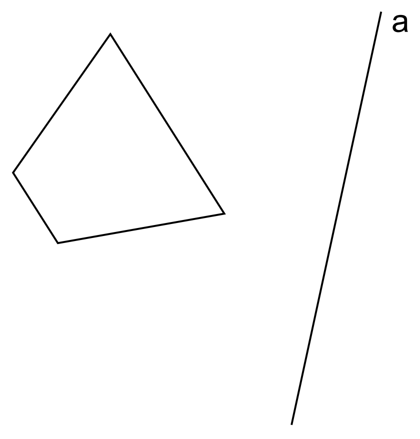
3. Evenwijdigheid & loodrechte stand

a. Teken een rechte a dat door punt E het lijnstuk [AB] loodrecht snijdt. Teken vervolgens een lijnstuk [CD] dat evenwijdig loopt met het lijnstuk [AB].

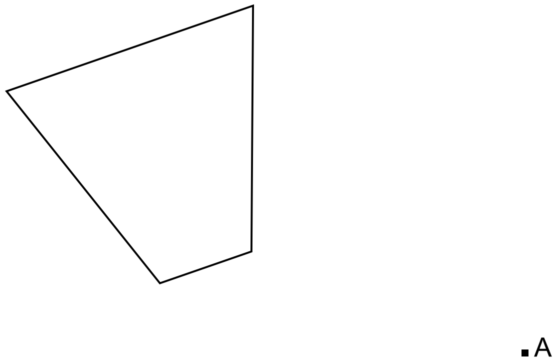


4. Spiegelen, transformaties en symmetrie

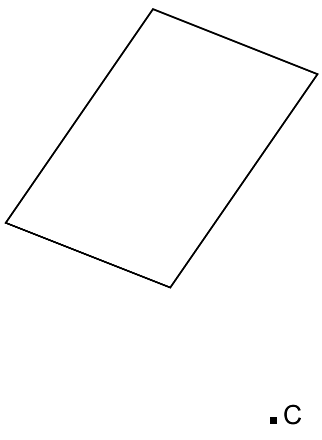
a. spiegel de volgende figuur rond as a.



b. Spiegel de volgende figuur **rond** punt A (staat niet in het handboek, zie filmfragment Digitap)



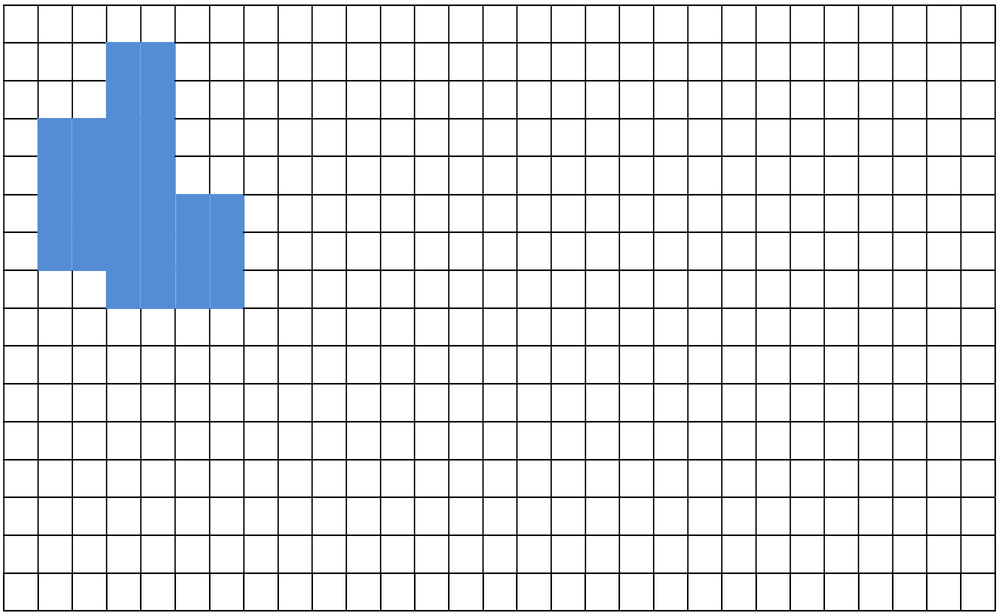
c. Spiegel de volgende figuur om centrum c over een hoek van 70° rechtsom. (staat niet in het handboek, zie filmfragment Digitap)



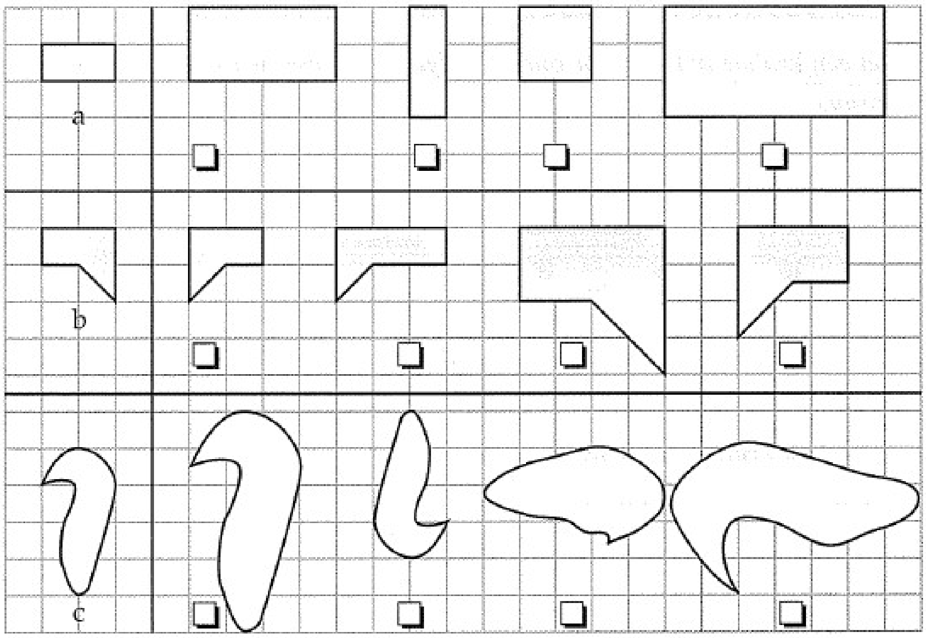
d. Teken alle mogelijke symmetrieassen

5. Gelijkvormigheid

a. Teken een gelijkvormige figuur die tweemaal zo groot is.

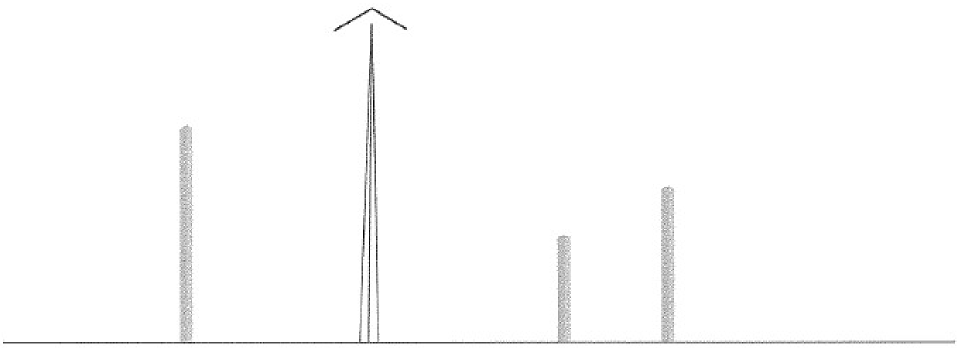


b. Welke figuren zijn congruent? Zet een kruisje in het passende hokje.

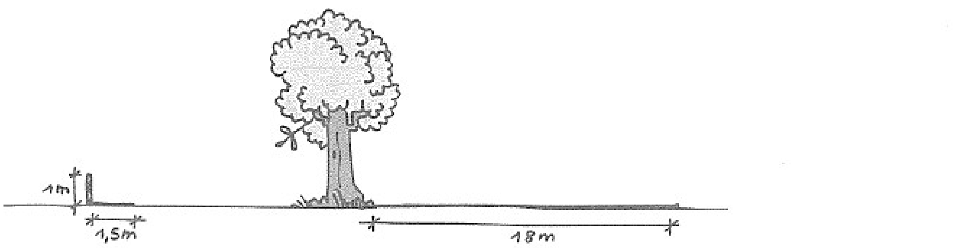


6. Schaduwbeelden

a. Teken de schaduw van de drie paaltjes.



b. Bereken de hoogte van de boom d.m.v. de schaduw



werkelijke hoogte	1 m	...
lengte van de schaduw	1,5 m	18 m